

Verifica di Matematica

5^a A Ginnasio 18/05/2013

Nome e cognome _____

Punteggio di partenza: 1,5/10.

La valutazione terrà conto della chiarezza nei vari passaggi delle soluzioni.

Esercizio 1. (Punti 1,0/10 complessivi) Risolvi entrambe le equazioni

$$x^2 + 4x + 3 = 3 - \frac{x}{2} \quad ; \quad (x - 1)^2 + 2x = 0.$$

Esercizio 2. (Punti 1,5/10) Pierino si trova nella biblioteca per studiare un po' di algebra; su uno scaffale ha trovato un vecchio libro che riporta un esercizio dove si chiede di risolvere l'equazione

$$x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 10x - 3 = 0;$$

Pierino, impaziente, va subito a vedere i risultati e trova

$$x_1 = -1 \quad , \quad x_2 = 3 \quad , \quad x_3 = \dots \quad , \quad x_4 = \dots$$

Purtroppo delle macchie coprono i risultati x_3 e x_4 ; sai dire che cosa c'era scritto?

Esercizio 3. (Punti 2,0/10) Risolvi il sistema

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + 4y = 5 + x(x - 2y) + 2xy \\ x - 3(x - y)(y + 1) = -\left(-\frac{3}{2}x - y\right)^2 + \frac{9}{4}x^2 + 4y^2 \end{cases}$$

Esercizio 4. (Punti 2,5/10) Risolvi il sistema

$$\begin{cases} (k + 2)x - ky = 2 - k \\ (k - 1)x + ky = k - 1 \end{cases}$$

al variare del parametro reale k . Per quali k si ha la soluzione $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$?

Esercizio 5. (Punti 1,5/10) Traccia nello stesso piano cartesiano il grafico delle rette

$$y = \frac{1}{2}x - 1 \quad \text{e} \quad y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}.$$

Si risolva la disequazione $\frac{1}{2}x - 1 < -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ facendo riferimento al grafico suddetto.

Successivamente si risolva la disequazione con un metodo algebrico.

Punteggio esercizi:

(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	2	3	4	5

Soluzione verifica di Matematica

5^a A Ginnasio 18/05/2013

Esercizio 1. La prima equazione è risolta per $x_1 = 0$ e $x_2 = -\frac{9}{2}$.
La seconda equazione è priva di soluzioni reali.

Esercizio 2. Il polinomio si scompone così:

$$x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 10x - 3 = (x - 3)(x + 1)(x^2 - 4x + 1)$$

quindi le soluzioni che mancano sono quelle che risolvono l'equazione

$$x^2 - 4x + 1 = 0;$$

si trova $x_{3,4} = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$.

Esercizio 3. Il sistema

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + 4y = 5 + x(x - 2y) + 2xy \\ x - 3(x - y)(y + 1) = -\left(-\frac{3}{2}x - y\right)^2 + \frac{9}{4}x^2 + 4y^2 \end{cases}$$

è equivalente al sistema

$$\begin{cases} 4x - 4y = -1 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

che è risolto per $x = -\frac{3}{4}$ e $y = -\frac{1}{2}$.

Esercizio 4. Il determinante della matrice dei coefficienti è $k(2k + 1)$.

Per $k \neq 0 \wedge k \neq -\frac{1}{2}$ il sistema ammette un'unica soluzione:

$$x = \frac{1}{2k + 1}, \quad y = \frac{2(k - 1)}{2k + 1}.$$

Per $k = 0$ il sistema è indeterminato e le soluzioni sono

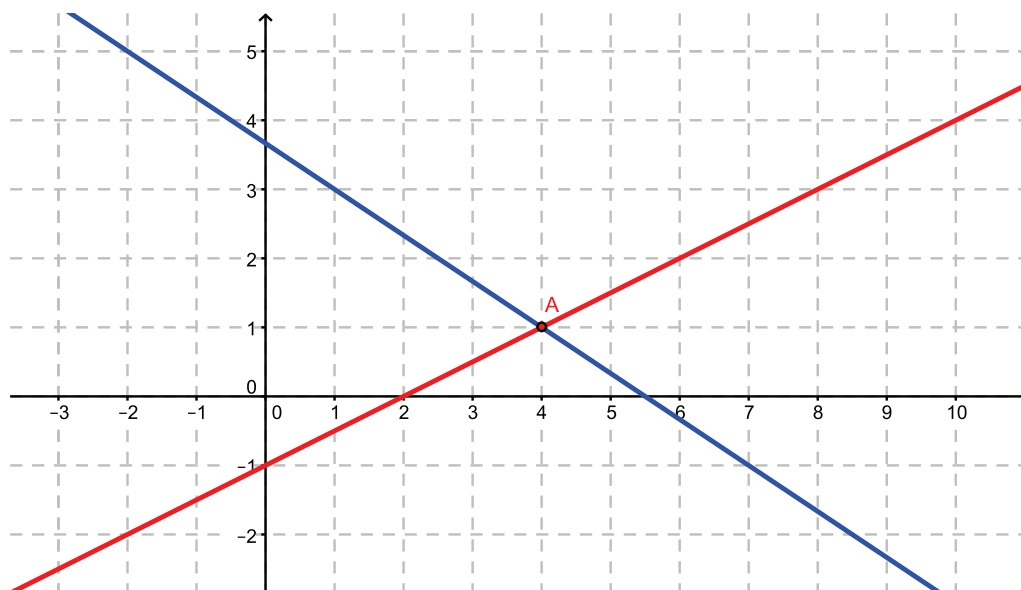
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = t \in \mathbb{R}; \end{cases}$$

per $k = -\frac{1}{2}$ il sistema è impossibile.

Per avere la soluzione $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ deve essere

$$\begin{cases} (k+2) \cdot 1 - k \cdot 0 = 2 - k \\ (k-1) \cdot 1 + k \cdot 0 = k - 1 \end{cases} \Rightarrow k = 0.$$

Esercizio 5. Le rette hanno nel piano cartesiano il seguente grafico:



e si osserva che la retta $y = \frac{1}{2}x - 1$ sta “sotto” alla retta $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ per $x < 4$.

Risoluzione algebrica:

$$\frac{1}{2}x - 1 < -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x < 1 + \frac{11}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{7}{6}x < \frac{14}{3} \Rightarrow x < 4.$$

Verifica di Matematica

5^a A Ginnasio assenti del 18/05/2013

Nome e cognome _____

Punteggio di partenza: 1,5/10.

La valutazione terrà conto della chiarezza nei vari passaggi delle soluzioni.

Esercizio 1. (Punti 1,0/10 complessivi) Risolvi entrambe le equazioni

$$(2x - 1)^2 = (3 - x)^2 \quad ; \quad 3x^4 - 5x^2 + 2 = 0.$$

Esercizio 2. (Punti 1,5/10) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione

$$x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 0.$$

Esercizio 3. (Punti 2,0/10) Risolvi il sistema

$$\begin{cases} \frac{8x - 16y^2}{4} = \frac{2y - 7x}{2} - 4(y - 1)^2 \\ (x - y)^2 = x^2 + 2x + y(y - 3 - 2x) \end{cases}$$

Esercizio 4. (Punti 2,5/10) Risolvi il sistema

$$\begin{cases} (2 - 2k)x - 2ky = 2k + 2 \\ 3x - 4ky = 4k + 3 \end{cases}$$

al variare del parametro reale k .

Esercizio 5. (Punti 1,5/10) Traccia nello stesso piano cartesiano il grafico delle rette

$$y = \frac{3}{7}x - 2 \quad \text{e} \quad y = -\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}.$$

Si risolva la disequazione $\frac{3}{7}x - 2 < -\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}$ facendo riferimento al grafico suddetto.

Successivamente si risolva la disequazione con un metodo algebrico.

Punteggio esercizi:

(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	2	3	4	5