Istituto Superiore "Carducci" Volterra - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

3^aA Liceo Classico

10/11/12 (assenti del 31/10/12)

Nome e cognome ______________________________

Esercizio 1. Risolvi la disequazione

$$\frac{x^2+x-6}{(x-4)(x-5\,x^2)} \leq 0$$

Esercizio 2. Determina il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2+3\,x}{x^2+1}} + \sqrt[8]{\frac{x^2-16}{2-x}} + \log_6\left(\frac{x^2-x-20}{36-x^2}\right)$$

Esercizio 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2-6\,x+7 & \text{se } x < 3 \\ x-7 & \text{se } 3 \leq x < 5 \\ -x+1 & \text{se } x \geq 5\,. \end{cases}$$

a) Si dica se la funzione è iniettiva e/o suriettiva.

b) Si trovino gli eventuali valori di x per i quali risulta $f(x) = -4$.

c) Si trovino gli eventuali valori di x per i quali risulta $f(x) = 23$.

Istituto Superiore "Carducci" Volterra - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

3^aA Liceo Classico

28/11/12

Nome e cognome ______________________________________

Esercizio 1. È assegnata la funzione

$$f(x) = \frac{x^3 - 3\,x^2 - x + 3}{x^2 - x - 12}\,.$$

• Se ne determini il dominio, gli zeri, l'intersezione con l'asse y ed il segno.

• Si tracci il suo grafico qualitativo.

• Si dica se la funzione è pari e/o dispari.

Esercizio 2. È assegnata la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 6\,x + 9}{10 - x^2 - 3\,x}\,.$$

• Se ne determini il dominio, gli zeri, l'intersezione con l'asse y ed il segno.

• Si tracci il suo grafico qualitativo.

• Si dica se la funzione è iniettiva.

Esercizio 3. È assegnata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2\,x + 6 & \text{se } x \leq -2 \\ x + 1 & \text{se } -2 < x < 1 \\ -3 & \text{se } x = 1 \\ 6\,x - x^2 - 3 & \text{se } x > 1\,. \end{cases}$$

• Tracciare il grafico della funzione.

• Si dica se la funzione è iniettiva e/o suriettiva; in particolare si determini il codominio di $f(x)$.

Punteggio esercizi:

(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	**2**	**3**

Liceo “Carducci” Volterra - Prof. Francesco Daddi

Esercizi di Matematica (con suggerimento)

Classe 3^aA Classico

11 dicembre 2012

Si consiglia di riguardare gli esercizi svolti in classe.

Di ogni funzione si determini il dominio, il segno, le intersezioni con gli assi cartesiani stabilendo inoltre se è pari o dispari; si tracci infine un grafico probabile.

Esercizio 1. $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-12\,x}{1-x^2}$. *Suggerimento:* $f(x)=\dfrac{x(x^2+x-12)}{1-x^2}$.

Esercizio 2. $f(x)=\dfrac{x^3-x^2+9\,x-9}{2\,x^2-8}$. *Suggerimento:* $f(x)=\dfrac{x^2(x-1)+9(x-1)}{2(x^2-4)}=\dfrac{(x^2+9)(x-1)}{2(x^2-4)}$.

Esercizio 3. $f(x)=\dfrac{x^2-2\,x-8}{x^3-x^2-9\,x+9}$. *Suggerimento:* $f(x)=\dfrac{x^2-2\,x-8}{x^2(x-1)-9(x-1)}=\dfrac{x^2-2\,x-8}{(x^2-9)(x-1)}$.

Esercizio 4. (*) $f(x)=\dfrac{x^4-5\,x^2+4}{x^3-9\,x}$.

Suggerimento: al denominatore si mette in evidenza la x mentre al numeratore si scomporre il polinomio con la sostituzione $t=x^2$ ottenendo $x^4-5\,x^2+4=t^2-5\,t+4$; risolvendo l'ultima equazione rispetto a t si trovano le soluzioni $t_1=1$ e $t_2=4$, quindi il polinomio al numeratore può essere scritto nella forma $(t-1)(t-4)$ ovvero $(x^2-1)(x^2-4)$. In definitiva si ha $f(x)=\dfrac{(x^2-1)(x^2-4)}{x(x^2-9)}$.

Determinare il dominio delle funzioni.

Esercizio 5. $f(x)=\sqrt[39]{\dfrac{x^2-1}{50-2\,x^2}}$.

Suggerimento: l'indice del radicale è dispari, quindi basta determinare il dominio del radicando...

Esercizio 6. $f(x)=\log_6\left(\dfrac{9-x^2}{x^2-x-30}\right)$. *Suggerimento: l'argomento del logaritmo deve essere >0...*

Esercizio 7. $f(x)=\sqrt[60]{\dfrac{x^2+5\,x+6}{x^3-4\,x^2+3\,x}}+\log_5\left(\dfrac{x^2+x-6}{x^2+2\,x+3}\right)$.

Suggerimento: l'indice del radicale è pari, quindi il suo radicando deve essere ≥ 0; l'argomento del logaritmo deve essere invece >0. In definitiva dobbiamo risolvere il <u>*sistema di disequazioni*</u> $\begin{cases}\dfrac{x^2+5\,x+6}{x^3-4\,x^2+3\,x}\geq 0\\[2mm] \dfrac{x^2+x-6}{x^2+2\,x+3}>0\end{cases}$

Esercizio 8. Disegnare il grafico della funzione

$$f(x)=\begin{cases}x^2+6\,x & \text{se } x\leq -2\\ x-1 & \text{se } -2<x<3\\ 5 & \text{se } x=3\\ 6-2\,x & \text{se } x>3\end{cases}$$

Dire se la funzione, considerata da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$, è iniettiva e/o suriettiva. Qual è il codominio?

Istituto Superiore "Carducci" Volterra - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica - 3^aA Classico 19/12/2012

Regolamento: punteggio di partenza 1/10. **Per ogni quesito si indichi una sola risposta.**
Ogni risposta esatta vale $+0,30/10$. Ogni risposta lasciata vuota vale $0/10$. Ogni risposta sbagliata vale $-0,15/10$.

Nome e cognome ______________________________

Esercizio 1. Qual è il dominio della funzione $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x^2-9}$?

A $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -2 \wedge x \neq 2\}$ B $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 3\}$ C $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -9 \wedge x \neq 9\}$

D $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -4 \wedge x \neq 4\}$ E N. P.

Esercizio 2. Quali sono gli zeri della funzione $f(x) = \dfrac{x-2}{x^2-x-6}$?

A $x=-2$ B $x=2$ C $x=-2$ e $x=3$ D non ci sono zeri E N. P.

Esercizio 3. Come si scompone il polinomio $x^3-4\,x^2-x+4$?

A $(x^2-1)(x+4)$ B $(x^2-1)(4-x)$ C $(x^2+1)(x-4)$ D $(x^2+1)(x+4)$ E N. P.

Esercizio 4. La disequazione $x^2+6\,x+9>0$ è risolta per:

A $\{x<-3\} \cup \{x>-3\}$ B $\{x<0\} \cup \{x>0\}$ C $\{x>-3\}$ D nessun valore di x E N. P.

Esercizio 5. La disequazione $x^2+1>0$ è risolta per:

A nessun valore di x B tutti i valori di x C $x>-1$ D $\{x<-1\} \cup \{x>1\}$ E N. P.

Esercizio 6. La disequazione $x^2+6\,x+9 \geq 0$ è risolta per:

A $\{x<-3\} \cup \{x>-3\}$ B $\{x<0\} \cup \{x>0\}$ C $\{x>-3\}$ D nessun valore di x E N. P.

Esercizio 7. Qual è il dominio della funzione $f(x) = \dfrac{25-x^2}{x^2+1}$?

A $D_f = \mathbb{R}$ B $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -1 \wedge x \neq 1\}$ C $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -5 \wedge x \neq 5\}$

D $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -1\}$ E N. P.

Esercizio 8. Qual è l'ordinata dell'intersezione del grafico della funzione $f(x) = \dfrac{4\,x^5-2\,x^4+x^2-12}{x^3-x^2+6\,x-2}$ con l'asse delle ordinate?

A -12 B -2 C 4 D -6 E N. P.

Esercizio 9. Qual è il codominio della funzione $f(x) = x^2-2\,x+5$?

A $(5,+\infty)$ B $(4,+\infty)$ C $[4,+\infty)$ D $(-\infty,4]$ E N. P.

Esercizio 10. Quali sono gli zeri della funzione $f(x) = \dfrac{x^3-x^2-9\,x+9}{x^2-4}$?

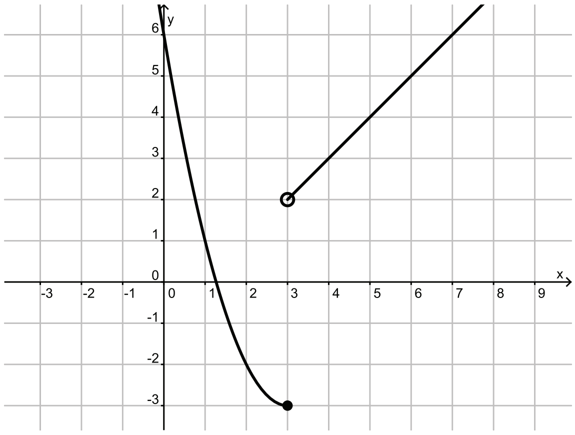
A $x=3$, $x=1$ B $x=-1$, $x=3$ C $x=1$, $x=3$, $x=-3$ D $x=-2$, $x=2$ E N. P.

Esercizio 11. Qual è il dominio della funzione $f(x) = \dfrac{x^2-6\,x+5}{x^4-5\,x^2-36}$?

A $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1 \wedge x \neq 5\}$ B $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -3 \wedge x \neq 3\}$ C $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -4 \wedge x \neq 3\}$

D $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -2 \wedge x \neq 2 \wedge x \neq -3 \wedge x \neq 3\}$ E N. P.

Esercizio 12. Facendo riferimento al grafico dell'esercizio precedente, qual è l'espressione analitica della funzione?



A $f(x) = \begin{cases} x^2 - 6 & \text{se } x \leq 3 \\ x + 1 & \text{se } x > 3 \end{cases}$ B $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 6\,x + 6 & \text{se } x < 3 \\ -3 & \text{se } x = 3 \\ x - 1 & \text{se } x > 3 \end{cases}$

C $f(x) = \begin{cases} x^2 + 6\,x & \text{se } x < 3 \\ x + 1 & \text{se } x > 3 \end{cases}$ D $f(x) = \begin{cases} x^2 - 6\,x + 6 & \text{se } x \leq 3 \\ x - 1 & \text{se } x > 3 \end{cases}$ E N. P.

Esercizio 13. Quali sono le coordinate del vertice V della parabola $y = -x^2 + 6\,x - 3$?

A $V\,(3\,,\,6)$ B $V\,(-3\,,\,-21)$ C $V\,(3\,,\,12)$ D $V\,(-3\,,\,-30)$ E N. P.

Esercizio 14. Ragionando in termini geometrici, una funzione è pari se è simmetrica

A rispetto all'asse x B rispetto all'asse y C rispetto all'origine

D rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante E N. P.

Esercizio 15. Ragionando in termini geometrici, una funzione è dispari se è simmetrica

A rispetto all'asse x B rispetto all'asse y C rispetto all'origine

D rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante E N. P.

Esercizio 16. Quale sistema va risolto per ottenere il dominio della funzione $f(x) = \sqrt[46]{\dfrac{x^2 - x - 2}{9 - x^2}} + \log_3\left(\dfrac{2}{x-2}\right)$?

A $\begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{9 - x^2} > 0 \\ \dfrac{2}{x-2} \geq 0 \end{cases}$ B $\begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{9 - x^2} \geq 0 \\ \dfrac{2}{x-2} > 0 \end{cases}$ C $\begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{9 - x^2} > 0 \\ \dfrac{2}{x-2} > 0 \end{cases}$ D $\begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{9 - x^2} \geq 0 \\ \dfrac{2}{x-2} \geq 0 \end{cases}$ E N. P.

Esercizio 17. Qual è il dominio della funzione $f(x) = \sqrt[9]{\dfrac{1}{x-5}}$?

A $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x > 5\}$ B $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x < 5\}$ C $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 5\}$ D $D_f = \mathbb{R}$ E N. P.

Esercizio 18. La funzione $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4}$ è:

A pari B dispari C né pari né dispari D simmetrica rispetto alla retta $x = 2$ E N. P.

Esercizio 19. Se il grafico di una funzione $f(x)$ interseca la retta $y = -6$ in due punti allora sicuramente $f(x)$:

A è suriettiva B è iniettiva C non è suriettiva D non è iniettiva E N. P.

Esercizio 20. Se il grafico di una funzione $f(x)$ non interseca la retta $y = 5$ allora sicuramente $f(x)$:

A è suriettiva B è iniettiva C non è suriettiva D non è iniettiva E N. P.

Esercizio 21. Qual è il dominio della funzione $\sqrt[3]{8-2\,x}$?

$\boxed{\text{A}}$ $D_f = \mathbb{R}$ $\boxed{\text{B}}$ $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x > 4\}$ $\boxed{\text{C}}$ $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x < 4\}$ $\boxed{\text{D}}$ $D_f = \emptyset$ $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Esercizio 22. Una funzione $f(x)$ è pari se:

$\boxed{\text{A}}$ $f(-x) = 2\,f(x)$ $\boxed{\text{B}}$ $f(-x) = -f(x)$ $\boxed{\text{C}}$ $f(-x) = -f(-x)$ $\boxed{\text{D}}$ $f(-x) = f(x)$ $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Esercizio 23. Una funzione $f(x)$ è dispari se:

$\boxed{\text{A}}$ $f(-x) = 2\,f(x)$ $\boxed{\text{B}}$ $f(-x) = -f(x)$ $\boxed{\text{C}}$ $f(-x) = -f(-x)$ $\boxed{\text{D}}$ $f(-x) = f(x)$ $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Esercizio 24. Quale delle seguenti funzioni interseca l'asse delle y nel punto di ordinata uguale a -2 ?

$\boxed{\text{A}}$ $f(x) = \dfrac{x^2-8}{x-4}$ $\boxed{\text{B}}$ $f(x) = \dfrac{x^2+2\,x}{x-1}$ $\boxed{\text{C}}$ $f(x) = \dfrac{x^3-5\,x^2-10}{5-x}$ $\boxed{\text{D}}$ $f(x) = \dfrac{x^4-7\,x^2+6}{x^2-12}$ $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Esercizio 25. Quale delle seguenti funzioni interseca l'asse x ?

$\boxed{\text{A}}$ $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{x^2-9}$ $\boxed{\text{B}}$ $f(x) = \dfrac{x^2-4\,x+5}{x^2+x-1}$ $\boxed{\text{C}}$ $f(x) = \dfrac{x^2+5\,x+6}{3-x}$ $\boxed{\text{D}}$ $f(x) = \dfrac{x^2+16}{x^3-x}$ $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Esercizio 26. L'intervallo $[\,4\,,\,5\,)$ è:

$\boxed{\text{A}}$ chiuso a sinistra e chiuso a destra $\boxed{\text{B}}$ chiuso a sinistra e aperto a destra $\boxed{\text{C}}$ aperto a sinistra e chiuso a destra

$\boxed{\text{D}}$ aperto a sinistra e aperto a destra $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Esercizio 27. Quale dei seguenti numeri è di accumulazione per l'intervallo $[\,4\,,\,5\,)$?

$\boxed{\text{A}}$ $3,9$ $\boxed{\text{B}}$ $5,1$ $\boxed{\text{C}}$ $3,99$ $\boxed{\text{D}}$ $5,0001$ $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Esercizio 28. Qual è l'estremo superiore dell'intervallo $[\,4\,,\,5\,)$?

$\boxed{\text{A}}$ $5,0001$ $\boxed{\text{B}}$ $4,9999$ $\boxed{\text{C}}$ 5 $\boxed{\text{D}}$ non esiste l'estremo superiore $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Esercizio 29. Qual è il massimo dell'intervallo $[\,4\,,\,5\,)$?

$\boxed{\text{A}}$ $5,000001$ $\boxed{\text{B}}$ $4,9999999$ $\boxed{\text{C}}$ 5 $\boxed{\text{D}}$ non esiste il massimo $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Esercizio 30. Quale dei seguenti intervalli è un intorno circolare di -3 ?

$\boxed{\text{A}}$ $(-5\,,\,-1)$ $\boxed{\text{B}}$ $(-4\,,\,0)$ $\boxed{\text{C}}$ $(-6\,,\,-2)$ $\boxed{\text{D}}$ $(-10\,,\,2)$ $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Esercizio 31. Una funzione è biiettiva (bigettiva) se e solo se:

$\boxed{\text{A}}$ è iniettiva ma può non essere suriettiva $\boxed{\text{B}}$ è suriettiva ma può non essere iniettiva

$\boxed{\text{C}}$ può essere iniettiva, ma sicuramente non è suriettiva $\boxed{\text{D}}$ è iniettiva e suriettiva $\boxed{\text{E}}$ N. P.

Punteggio esercizi:

(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

Esatte	**Vuote**	**Sbagliate**

Istituto Superiore "Carducci" Volterra - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

3^aA Liceo Classico

22/01/13

Nome e cognome ____

Per ogni funzione determinare:
a) il dominio;
b) gli zeri;
c) l'intersezione con l'asse y;
d) il segno;
e) i limiti agli estremi del dominio;
f) tutti gli asintoti e le eventuali intersezioni con essi.

Infine, tenendo conto di tutte le informazioni ottenute nei punti precedenti, si tracci il grafico.

Esercizio 1.

$$f(x) = \frac{3\,x^2 - 3}{x^2 - x - 6}$$

Esercizio 2.

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 4\,x + 4}{9 - x^2}$$

Punteggio esercizi:
(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	**2**

Istituto Superiore “Carducci” Volterra - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

3^aA Liceo Classico

assenti del 22/01/13

Nome e cognome ______________________________

Per ogni funzione determinare:
a) il dominio;
b) gli zeri;
c) l’intersezione con l’asse y;
d) il segno;
e) i limiti agli estremi del dominio;
f) tutti gli asintoti e le eventuali intersezioni con essi.

Infine, tenendo conto di tutte le informazioni ottenute nei punti precedenti, si tracci il grafico.

Esercizio 1.

$$f(x) = \frac{3-x}{x^2-2\,x-8}$$

Esercizio 2.

$$f(x) = \frac{x^3+x^2-9\,x-9}{4-x^2}$$

Punteggio esercizi:
(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	**2**

Liceo "Carducci" Volterra - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica 3^a A Classico

27/02/2013

Nome e cognome ______________________________

Esercizio 1. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = 2\,x^2 - 8\,x + 5$$

in $x_0 = 3$ applicando la definizione.

Esercizio 2. Determinare le equazioni cartesiane della retta tangente e della retta normale al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x - x^2}{3\,x + 2}$$

nel suo punto di ascissa $x_0 = -1$.

Esercizio 3. Determinare le ascisse dei punti del grafico della funzione

$$f(x) = \frac{3\,x - 1}{2 - x}$$

in cui la retta tangente è parallela alla retta di equazione $2\,x - 10\,y + 2013 = 0$.

Esercizio 4. Stabilire gli intervalli in cui la funzione

$$f(x) = \frac{x^3 + x + 2}{x + 2}$$

è decrescente.

Punteggio esercizi:

(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	**2**	**3**	**4**		**Voto**

Liceo "Carducci" Volterra - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica 3^aA Classico
assenti del 27/02/2013

Nome e cognome ______________________________

Esercizio 1. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = -3\,x^2 + 4\,x - 9$$

in $x_0 = 3$ applicando la definizione.

Esercizio 2. Determinare le equazioni cartesiane della retta tangente e della retta normale al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{3\,x^2 - x + 6}{3\,x - 3}$$

nel suo punto di ascissa $x_0 = 4$.

Esercizio 3. Determinare le ascisse dei punti del grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 3}$$

in cui la retta tangente è parallela alla retta di equazione $x - 2\,y = -7$.

Esercizio 4. Stabilire gli intervalli in cui la funzione

$$f(x) = \frac{x^4 + 2\,x^2 - 8}{4 - x^2}$$

è crescente.

Punteggio esercizi:
(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	2	3	4		Voto

Istituto di Istruzione Superiore "G. Carducci" Volterra - Prof. Francesco Daddi

Esercizi di Matematica
Classe 3^aA Classico - 18 maggio 2013

Esercizio 1. Calcolare $\displaystyle\lim_{x\to -5}\frac{\sqrt{x^2-3\,x-4}-6}{x+5}$.

Suggerimento: moltiplica e dividi per $\left(\sqrt{x^2-3\,x-4}+6\right)$, *poi scomponi il numeratore e semplifica.* [R. $-\frac{13}{12}$]

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x)=\frac{x^3}{x^3-1}$$

studiare il suo segno, determina i suoi asintoti e gli eventuali punti di massimo e di minimo. Si trovino anche gli eventuali punti di flesso con le relative equazioni delle tangenti inflessionali.

Suggerimento: lo studio del segno del denominatore è $x^3-1>0 \;\Rightarrow\; x>1$.

[R. f è >0 per $\{x<0\}\cup\{x>1\}$. Asintoto verticale: $x=1$; asintoto orizzontale: $y=1$ (il grafico di f non lo interseca). La derivata prima è <0 per $\{x<0\}\cup\{0<x<1\}\cup\{x>1\}$. Non ci sono né massimi né minimi. Ci sono due punti flesso: $x_1=0$ è un punto di flesso discendente a tangente orizzontale, con tangente inflessionale di equazione $y=0$ (ovvero l'asse delle x); $x_2=-\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$ è un punto di flesso ascendente, con tangente inflessionale di equazione $y=-\dfrac{2\sqrt[3]{2}}{3}\,x-\dfrac{1}{3}$.]

Esercizio 3. Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{2\,x^2-10\,x+12}{9\,x-18}$.

Suggerimento: scomponi il numeratore e si semplifica. [R. $-\frac{2}{9}$]

Esercizio 4. Determina un'approssimazione di $\sqrt[4]{59}$ con il metodo di Newton.

Suggerimento: poiché $2^4<59<3^4$, *si prenda come punto di partenza* $d_0=3$.

[R. Si ottengono le approssimazioni $d_1=2,796296...$, $d_2=2,771816...$, $d_3=2,771488...$]

Esercizio 5. Determina un'approssimazione di $\sqrt[3]{62}$ con la formula di Taylor.

Suggerimento: si consideri la funzione $f(x)=\sqrt[3]{64+x}=(64+x)^{\frac{1}{3}}$, *si determini il polinomio di Taylor in* $x_0=0$ *di grado ad esempio* 2, *e si ponga infine* $x=-2$.

[R. Con la formula di Taylor si ottiene il polinomio $y=4+\dfrac{x}{48}-\dfrac{x^2}{9216}$ e quindi, ponendo $x=-2$, si ricava l'approssimazione $\dfrac{9119}{2304}=3,9578993...$ Si osservi che, essendo $\sqrt[3]{62}=3,957891609...$, abbiamo ottenuto 5 cifre esatte dopo la virgola.]

Esercizio 6. Dopo aver verificato che la funzione $f(x)=\begin{cases} x^2-3\,x-3 & \text{se } x<-1\\ -x^2+4\,x+6 & \text{se } x\geq -1\end{cases}$ è continua nel punto di ascissa $x=-1$, studiare la derivabilità in tale punto.

[R. La funzione è continua in quanto $\displaystyle\lim_{x\to -1^-}f(x)=\lim_{x\to -1^+}f(x)=f(-1)$. La funzione non è derivabile in $x=-1$ in quanto $f'_-(-1)=-5\neq 6=f'_+(-1)$; la funzione in $x=-1$ presenta un punto angoloso.]

Esercizio 7. Si studino gli eventuali punti di discontinuità della funzione

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & \text{se } x<2\\ 3 & \text{se } x=2\\ -x^2+6\,x-7 & \text{se } 2<x<5\\ \dfrac{x^2}{5}-5 & \text{se } x\geq 5\end{cases}$$

[R. In $x=2$ si ha una discontinuità di terza specie in quanto $\displaystyle\lim_{x\to 2^-}f(x)=\lim_{x\to 2^+}f(x)=1\neq f(2)$. In $x=5$ si ha una discontinuità di prima specie in quanto $\displaystyle\lim_{x\to 5^-}f(x)=-2\neq 0=\lim_{x\to 5^+}f(x)$; il salto è uguale a $\displaystyle|\lim_{x\to 5^+}f(x)-\lim_{x\to 5^-}f(x)|=2$. Si osservi che la funzione è <u>continua a destra in $x=5$</u> in quanto $\displaystyle\lim_{x\to 5^+}f(x)=f(5)$.]

Esercizio 8. Stabilire se è possibile applicare il teorema di Lagrange alla funzione $f(x)=5\,x^2-2\,x^3$ sull'intervallo $[-1,1]$ e, in caso affermativo, trovare il punto (o i punti) di cui il teorema garantisce l'esistenza.

[R. Dobbiamo trovare c in modo tale che risulti $f'(c)=\dfrac{f(1)-f(-1)}{1-(-1)} \quad\Rightarrow\quad 10\,c-6\,c^2=-2$. Si trovano i risultati $c_{1,2}=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{6}$, ma è accettabile solo $\dfrac{5-\sqrt{37}}{6}$.]

Liceo "Carducci" Volterra - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica 3^aA Classico

22/05/2013

Nome e cognome ________________________________

Punteggio di partenza: 2,1/10.

Esercizio 1. (1,5 punti) Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \sqrt[3]{3\,x^2 - 5\,x + 14}$.

Esercizio 2. (1,5 punti) Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = \left(3\,x^2 + 4\,x\right)^{43} \cdot \left(5 - x^2\right)^{28}$$

Esercizio 3. (1,5 punti) Stabilire se è possibile applicare il teorema di Lagrange alla funzione $f(x) = x^3 - 2\,x$ sull'intervallo $[-2, 1]$ e, in caso affermativo, trovare il punto (o i punti) di cui il teorema garantisce l'esistenza.

Esercizio 4. (1,0 punti) Descrivi come è possibile determinare un'approssimazione di $\sqrt[5]{33}$ utilizzando la formula di Taylor.

Esercizio 5. (0,4 punti) Di una funzione sappiamo che

$$f(2) = 6 \ , \ \lim_{x\to 2^-} f(x) = 4 \ , \ \lim_{x\to 2^+} f(x) = 4 \ ;$$

che situazione presenta la funzione in $x_0 = 2$? E' derivabile in $x_0 = 2$?

Esercizio 6. (0,4 punti) Di una funzione sappiamo che

$$f(-3) = -4 \ , \ \lim_{x\to -3^-} f(x) = 9 \ , \ \lim_{x\to -3^+} f(x) = -5 \ ;$$

che situazione presenta la funzione in $x_0 = -3$? E' derivabile in $x_0 = -3$?

Esercizio 7. (0,4 punti) Di una funzione sappiamo che

$$f(1) = 6 \ , \ \lim_{x\to 1^-} f(x) = 6 \ , \ \lim_{x\to 1^+} f(x) = 6 \ , \ f'_-(1) = 4 \ , \ f'_+(1) = 2 \ ;$$

che situazione presenta la funzione in $x_0 = 1$?

Esercizio 8. (0,4 punti) Di una funzione sappiamo che

$$f(-8) = 3 \ , \ f'(-8) = 0 \ , \ f'(x) < 0 \ \text{ per } x < -8 \ , \ f'(x) > 0 \ \text{ per } x > -8 \ ;$$

che situazione presenta la funzione in $x_0 = -8$?

Esercizio 9. (0,4 punti) Di una funzione sappiamo che

$$f(4) = 2 \ , \ \lim_{x\to 4^-} f(x) = 2 \ , \ \lim_{x\to 4^+} f(x) = 2 \ , \ \lim_{x\to 4^-} f'(x) = +\infty \ , \ \lim_{x\to 4^+} f'(x) = -\infty \ ;$$

che situazione presenta la funzione in $x_0 = 4$?

Esercizio 10. (0,4 punti) Di una funzione sappiamo che

$$f(-5) = -1 \ , \ f'(-5) = 0 \ , \ f''(-5) = 0 \ , \ f''(x) < 0 \ \text{ per } x < -5 \ , \ f''(x) > 0 \ \text{ per } x > -5 \ ;$$

che situazione presenta la funzione in $x_0 = -5$?

Punteggio esercizi:
(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**