

## Derivata di una funzione razionale fratta Francesco Daddi - 18 maggio 2010

La derivata di una funzione razionale fratta  $f(x) = \frac{n(x)}{d(x)}$  è

$$f'(x) = \frac{n'(x) \cdot d(x) - n(x) \cdot d'(x)}{(d(x))^2} .$$

**Esempio 1.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \frac{4x-8}{x^2-3x+3}$  .

**Soluzione.** La derivata è  $f'(x) = \frac{4 \cdot (x^2-3x+3) - (4x-8) \cdot (2x-3)}{(x^2-3x+3)^2} = \frac{-4x^2+16x-12}{(x^2-3x+3)^2}$  .

**Esempio 2.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \frac{6-12x}{x^2+2x+5}$  .

**Soluzione.** La derivata è  $f'(x) = \frac{-12 \cdot (x^2+2x+5) - (6-12x) \cdot (2x+2)}{(x^2+2x+5)^2} = \frac{12x^2-12x-72}{(x^2+2x+5)^2}$  .

**Esempio 3.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \frac{x^2+2x}{x^2-x+2}$  .

**Soluzione.** La derivata è  $f'(x) = \frac{(2x+2) \cdot (x^2-x+2) - (x^2+2x) \cdot (2x-1)}{(x^2-x+2)^2} = \frac{-3x^2+4x+4}{(x^2-x+2)^2}$  .

**Esempio 4.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \frac{2x^2-8x+6}{x^2-x+2}$  .

**Soluzione.** La derivata è  $f'(x) = \frac{(4x-8) \cdot (x^2-x+2) - (2x^2-8x+6) \cdot (2x-1)}{(x^2-x+2)^2} = \frac{6x^2-4x-10}{(x^2-x+2)^2}$  .

**Esempio 5.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \frac{x^2-6x+13}{x-3}$  .

**Soluzione.** La derivata è  $f'(x) = \frac{(2x-6) \cdot (x-3) - (x^2-6x+13) \cdot 1}{(x-3)^2} = \frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2}$  .

**Esempio 6.** Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = \frac{x^2-x-2}{x^2-5x+4}$  .

**Soluzione.** La derivata è  $f'(x) = \frac{(2x-1) \cdot (x^2-5x+4) - (x^2-x-2) \cdot (2x-5)}{(x^2-5x+4)^2} = \frac{-4x^2+12x-14}{(x^2-5x+4)^2}$  .