

Esercizi sul moto rettilineo uniformemente accelerato

Esercizio 1. Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a 4 m/s^2 . Quale sarà la sua velocità dopo 7 secondi? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?

Esercizio 2. Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a 6 m/s^2 . Quanto tempo impiegherà per raggiungere la velocità di 108 km/h ? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?

Esercizio 3. Un'auto passa da una velocità di 36 km/h a una velocità di 108 km/h in 25 secondi. Qual è l'accelerazione? Quanta strada ha percorso durante questo intervallo di tempo?

Esercizio 4. Un'auto sta viaggiando a 90 km/h ; sapendo che ha frenato in 15 s, quanto vale l'accelerazione? Qual è lo spazio di frenata?

Esercizio 5. Un'auto aumenta la sua velocità da 72 km/h a 108 km/h percorrendo un tratto di 500 m. Qual è la sua accelerazione? Quanto tempo ha impiegato per percorrere questo tratto?

Esercizio 6. Un'auto si muove con accelerazione costante pari a $0,5 \text{ m/s}^2$; sapendo che quando esce da una galleria lunga 180 m la sua velocità è di 126 km/h , si determini la velocità con cui è entrata nella galleria.

Esercizio 7. Un sasso viene lasciato cadere da fermo da un'altezza di 2 m. Qual è la velocità di impatto con il suolo? Qual è il tempo di caduta? Si tenga presente che l'accelerazione di gravità ha modulo $9,8 \text{ m/s}^2$.

Esercizio 8. Una motocicletta aumenta la sua velocità da 36 km/h a 108 km/h con un'accelerazione pari a 1 m/s^2 . Quanto tempo ha impiegato? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?

Esercizio 9. Un'auto frena e si ferma in 10 s. Sapendo che in questo intervallo di tempo ha percorso 100 m, determina l'accelerazione e la velocità iniziale.

Esercizio 10. Un'auto passa dalla velocità v_0 alla velocità di 30 m/s in 15 s, percorrendo una distanza pari a 300 m. Determinare la velocità iniziale v_0 e l'accelerazione.

Esercizio 11. Un'auto inizia a frenare quando la sua velocità è di 144 km/h . Sapendo che la sua accelerazione, in modulo, è 6 m/s^2 , qual è il tempo di frenata? Qual è lo spazio di frenata? Determinare quanta strada ha percorso in 4 s.

Esercizio 12. Fabio e Guido stanno parlando delle loro auto; Fabio dice che la sua auto, da ferma, impiega 6 s per raggiungere la velocità di 100 km/h , mentre Guido afferma che la sua auto, da ferma, raggiunge i 90 km/h in 75 m. Qual è l'auto con la maggiore accelerazione?

Esercizio 13. Un'auto sta viaggiando a 126 km/h quando il conducente vede un ostacolo sulla strada (distante 140 m) e inizia a frenare. Tenendo conto del tempo di reazione, pari a $0,2 \text{ s}$, e del fatto che l'accelerazione è -5 m/s^2 , dire se ce la fa ad evitare l'ostacolo.

Esercizio 14. Converti 3 m/s^2 in km/h^2 .

Esercizio 15. Un punto materiale si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato; i valori della sua velocità a istanti successivi sono i seguenti:

t (s)	3,5	6,5	9,5	12,5	15,5
v (m/s)	4,2	7,4	10,6	13,8	17,0

Determina il valore dell'accelerazione.

Esercizio 16. Un punto materiale si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato; i valori della sua posizione a istanti successivi sono i seguenti:

t (s)	4,7	6,5	8,3	10,1	11,9
x (m)	2,5	10,96	29,14	57,04	94,66

Determina la velocità iniziale e l'accelerazione.

Esercizio 17. Due auto, inizialmente distanti 200 m, si stanno venendo incontro; la prima viaggia a 108 km/h e frena con accelerazione in modulo uguale a 4 m/s^2 . La seconda auto viaggia a 72 km/h e frena con accelerazione in modulo uguale a 5 m/s^2 . Dire se le due auto si scontreranno.

Esercizio 18. Lo spazio di frenata di un'auto è pari a 50 m se la sua velocità iniziale è v_0 ; qual è lo spazio di frenata se la velocità è $2 v_0$? Si supponga che l'accelerazione sia la stessa in entrambi i casi.

Esercizio 19. Un'auto, inizialmente ferma, impiega 50 s per percorrere 1,2 km (accelerazione e arresto compresi). Sapendo che il tempo impiegato per raggiungere la velocità massima e quello impiegato per arrestarsi sono entrambi uguali a 10 s, si determini la velocità massima raggiunta e l'accelerazione in partenza.

Esercizio 20. Alice e Barbara fanno una gara sui 100 metri piani; Alice accelera con accelerazione costante pari a 3 m/s^2 per 3 s, poi si muove di moto rettilineo uniforme. Barbara, invece, accelera con accelerazione costante pari a $2,5 \text{ m/s}^2$ per 4 s, poi si muove di moto rettilineo uniforme. Chi vincerà la gara? Con quale distacco (in metri)?

Esercizio 21. Un'auto parte da ferma e accelera per tre quarti di un certo percorso; successivamente si muove di moto rettilineo uniforme per l'ultimo quarto del percorso. Sapendo che la velocità massima è pari a 90 km/h e che il tempo impiegato totale è 21 s, si determini la lunghezza del percorso e l'accelerazione iniziale dell'auto.

Esercizio 22. Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a 5 m/s^2 . Ad un certo istante il corpo passa davanti ad un punto fisso A ; 0,5 s più tardi passa davanti ad un altro punto fisso B , posto 4 m più avanti. Qual è l'istante in cui passa davanti al punto A ? Qual è la distanza di A dal punto iniziale?

Esercizio 23. All'istante $t_0 = 0$ s un'auto parte da ferma e in 10 s raggiunge (con accelerazione costante) la velocità di 108 km/h ; una moto, avente una velocità iniziale di 72 km/h , all'istante $t = 0$ s la affianca ed inizia a frenare. Sapendo che la moto impiega 6 s per fermarsi, determinare l'istante in cui l'auto sorpassa la moto.

Esercizio 24. Un automobilista sta viaggiando ad una velocità costante di 54 km/h ; ad un certo istante vede diventare rosso un semaforo distante 250 m ed inizia a frenare (con accelerazione costante) per 50 m, poi smette di frenare e percorre a velocità costante i successivi 200 m arrivando davanti al semaforo quando scatta il verde. Tenendo conto che il rosso resta acceso esattamente per 30 s, si determini l'accelerazione dell'auto durante la frenata.

Esercizio 25. Un ciclista viaggia ad una velocità costante di 36 km/h ; ad un certo punto sorpassa un motociclista fermo. Passati 4 s dal sorpasso, la moto parte con accelerazione costante di modulo pari a 1 m/s^2 e raggiunge il ciclista. Qual è la velocità della moto al momento del sorpasso?

Soluzione degli esercizi sul moto rettilineo uniformemente accelerato

Esercizio 1. *Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a 4 m/s^2 . Quale sarà la sua velocità dopo 7 secondi? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?*

Soluzione. Applichiamo la formula $v_f = v_0 + a t$:

$$v_f = 0 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}^2 \cdot 7 \text{ s} \Rightarrow v_f = 28 \text{ m/s} .$$

Lo spazio percorso in tale intervallo di tempo è pari a

$$x - x_0 = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ m/s}^2 \cdot (7 \text{ s})^2 = 98 \text{ m}$$

alternativamente possiamo applicare la formula $x - x_0 = \frac{v_0 + v_f}{2} \cdot t$:

$$x - x_0 = \frac{0 \text{ m/s} + 28 \text{ m/s}}{2} \cdot 7 \text{ s} = 98 \text{ m} .$$

Esercizio 2. *Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a 6 m/s^2 . Quanto tempo impiegherà per raggiungere la velocità di 108 km/h ? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?*

Soluzione. Applichiamo la formula $v_f = v_0 + a t$:

$$30 \text{ m/s} = 0 \text{ m/s} + 6 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = 5 \text{ s} .$$

Lo spazio percorso in tale intervallo di tempo è uguale a

$$x - x_0 = \frac{0 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}}{2} \cdot 5 \text{ s} = 75 \text{ m} .$$

Esercizio 3. *Un'auto passa da una velocità di 36 km/h a una velocità di 108 km/h in 25 secondi. Qual è l'accelerazione? Quanta strada ha percorso durante questo intervallo di tempo?*

Soluzione. Applichiamo la formula $v_f = v_0 + a t$:

$$30 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s} + a \cdot 25 \text{ s} \Rightarrow a = 0,8 \text{ m/s}^2 .$$

Lo spazio percorso in tale intervallo di tempo è uguale a

$$x - x_0 = \frac{10 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}}{2} \cdot 25 \text{ s} = 500 \text{ m} ;$$

alternativamente, possiamo utilizzare la formula $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$:

$$x - x_0 = 10 \text{ m/s} \cdot 25 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0,8 \text{ m/s}^2 \cdot (25 \text{ s})^2 = 500 \text{ m} .$$

Esercizio 4. *Un'auto sta viaggiando a 90 km/h ; sapendo che ha frenato in 15 s, quanto vale l'accelerazione? Qual è lo spazio di frenata?*

Soluzione. L'accelerazione è

$$a = \frac{0 \text{ m/s} - 25 \text{ m/s}}{15 \text{ s}} \approx -1,67 \text{ m/s}^2 .$$

Lo spazio di frenata è pari a :

$$x - x_0 = \frac{25 \text{ m/s} + 0 \text{ m/s}}{2} \cdot 15 \text{ s} = 187,5 \text{ m} ;$$

alternativamente possiamo sfruttare la formula $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$:

$$x - x_0 = 25 \text{ m/s} \cdot 15 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-1,67 \text{ m/s}^2) \cdot (15 \text{ s})^2 = 187,5 \text{ m} .$$

Esercizio 5. Un'auto aumenta la sua velocità da 72 km/h a 108 km/h percorrendo un tratto di 500 m. Qual è la sua accelerazione? Quanto tempo ha impiegato per percorrere questo tratto?

Soluzione. Sfruttiamo la formula $v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_0)$:

$$(30 \text{ m/s})^2 - (20 \text{ m/s})^2 = 2 \cdot a \cdot (500 \text{ m}) \Rightarrow a = 0,5 \text{ m/s}^2 .$$

Per determinare il tempo impiegato per percorrere questi 500 m, basta riferirsi alla formula $v_f = v_i + at$:

$$30 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s} + 0,5 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = 20 \text{ s} .$$

Esercizio 6. Un'auto si muove con accelerazione costante pari a $0,5 \text{ m/s}^2$; sapendo che quando esce da una galleria lunga 180 m la sua velocità è di 126 km/h, si determini la velocità con cui è entrata nella galleria.

Soluzione. Considerando la formula $v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_0)$ abbiamo:

$$v_i^2 = v_f^2 - 2a(x - x_0) \Rightarrow v_i = \sqrt{v_f^2 - 2a(x - x_0)} = \sqrt{(35 \text{ m/s})^2 - 2 \cdot (0,5 \text{ m/s}^2) \cdot (180 \text{ m})} \approx 32,3 \text{ m/s} .$$

Esercizio 7. Un sasso viene lasciato cadere da fermo da un'altezza di 2 m. Qual è la velocità di impatto con il suolo? Qual è il tempo di caduta? Si tenga presente che l'accelerazione di gravità ha modulo $9,8 \text{ m/s}^2$.

Soluzione. Considerando la formula $v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_0)$ abbiamo:

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2a(x - x_0)} = \sqrt{(0 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (2 \text{ m})} \approx 6,26 \text{ m/s} .$$

Per quanto riguarda il tempo di caduta, dalla formula $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ abbiamo (si noti che nel nostro caso $v_0 = 0 \text{ m/s}$):

$$t = \sqrt{\frac{2(x - x_0)}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (2 \text{ m})}{9,8 \text{ m/s}^2}} \approx 0,64 \text{ s} ;$$

alternativamente, possiamo anche riferirci alla formula $x - x_0 = \frac{v_0 + v_f}{2} t$:

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v_0 + v_f} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot (2 \text{ m})}{0 \text{ m/s} + 6,26 \text{ m/s}} \approx 0,64 \text{ s} .$$

Esercizio 8. Una motocicletta aumenta la sua velocità da 36 km/h a 108 km/h con un'accelerazione pari a 1 m/s^2 . Quanto tempo ha impiegato? Quanto spazio ha percorso in questo intervallo di tempo?

Soluzione. Dalla formula $v_f = v_i + at$ abbiamo

$$30 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = 20 \text{ s} .$$

Lo spazio percorso è pari a

$$x - x_0 = \frac{v_i + v_f}{2} \cdot t = \frac{10 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}}{2} \cdot 20 \text{ s} = 400 \text{ m} ;$$

alternativamente abbiamo

$$x - x_0 = 10 \text{ m/s} \cdot 20 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot (20 \text{ s})^2 = 400 \text{ m} .$$

Esercizio 9. Un'auto frena e si ferma in 10 s. Sapendo che in questo intervallo di tempo ha percorso 100 m, determina l'accelerazione e la velocità iniziale.

Soluzione. Dalla formula $x - x_0 = \frac{v_i + v_f}{2} \cdot t$ abbiamo:

$$100 \text{ m} = \frac{v_i + 0 \text{ m/s}}{2} \cdot 10 \text{ s} \Rightarrow v_i = 20 \text{ m/s} .$$

L'accelerazione si ottiene nel modo seguente:

$$v_f = v_i + at \Rightarrow 0 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s} + a \cdot (10 \text{ s}) \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2 .$$

Esercizio 10. Un'auto passa dalla velocità v_0 alla velocità di 30 m/s in 15 s , percorrendo una distanza pari a 300 m . Determinare la velocità iniziale v_0 e l'accelerazione.

Soluzione. Dalla formula $x - x_0 = \frac{v_i + v_f}{2} \cdot t$ abbiamo:

$$300 \text{ m} = \frac{v_0 + 30 \text{ m/s}}{2} \cdot 15 \text{ s} \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s} .$$

L'accelerazione si ottiene nel modo seguente:

$$v_f = v_i + at \Rightarrow 30 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s} + a \cdot (15 \text{ s}) \Rightarrow a \approx 1,3 \text{ m/s}^2 .$$

Esercizio 11. Un'auto inizia a frenare quando la sua velocità è di 144 km/h . Sapendo che la sua accelerazione, in modulo, è 6 m/s^2 , qual è il tempo di frenata? Qual è lo spazio di frenata? Determinare quanta strada ha percorso in 4 s .

Soluzione. Il tempo di frenata è

$$t = \frac{0 \text{ m/s} - 40 \text{ m/s}}{-6 \text{ m/s}^2} \approx 6,67 \text{ s} ;$$

per calcolare lo spazio di frenata basta riferirsi alla formula $v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_0)$:

$$(0 \text{ m/s})^2 - (40 \text{ m/s})^2 = 2 \cdot (-6 \text{ m/s}^2) \cdot (x - x_0) \Rightarrow x - x_0 \approx 133,3 \text{ m} .$$

In 4 s l'auto percorre

$$x - x_0 = 40 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-6 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s})^2 = 112 \text{ m} .$$

Esercizio 12. Fabio e Guido stanno parlando delle loro auto; Fabio dice che la sua auto, da ferma, impiega 6 s per raggiungere la velocità di 100 km/h , mentre Guido afferma che la sua auto, da ferma, raggiunge i 90 km/h in 75 m . Qual è l'auto con la maggiore accelerazione?

Soluzione. Calcoliamo l'accelerazione a_F dell'auto di Fabio:

$$a_F = \frac{27,8 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{6 \text{ s}} \approx 4,6 \text{ m/s}^2 ;$$

vediamo ora l'accelerazione a_G dell'auto di Guido:

$$(25 \text{ m/s})^2 - (0 \text{ m/s})^2 = 2 a_G \cdot (75 \text{ m}) \Rightarrow a_G \approx 4,2 \text{ m/s}^2 ;$$

l'auto di Fabio ha quindi una migliore accelerazione.

Esercizio 13. Un'auto sta viaggiando a 126 km/h quando il conducente vede un ostacolo sulla strada (distante 140 m) e inizia a frenare. Tenendo conto del tempo di reazione, pari a $0,2 \text{ s}$, e del fatto che l'accelerazione è -5 m/s^2 , dire se ce la fa ad evitare l'ostacolo.

Soluzione. Calcoliamo lo spazio di reazione (ovvero lo spazio percorso a velocità costante prima che il conducente inizi a frenare):

$$\text{spazio di reazione} = (35 \text{ m/s}) \cdot (0,2 \text{ s}) = 7 \text{ m} ;$$

lo spazio di frenata è invece pari a

$$\text{spazio di frenata} = \frac{(0 \text{ m/s})^2 - (35 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-5 \text{ m/s}^2)} = 122,5 \text{ m} .$$

sommando lo spazio di reazione e lo spazio di frenata abbiamo $129,5 \text{ m}$; dal momento che l'ostacolo si trovava inizialmente a 140 m , possiamo affermare che il conducente riesce, per fortuna, ad evitare l'ostacolo.

Esercizio 14. Converti 3 m/s^2 in km/h^2 .

Soluzione.

$$\begin{aligned} 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} &= 3 \frac{1 \text{ m}}{(1 \text{ s})^2} = 3 \frac{10^{-3} \text{ km}}{\left(\frac{1}{3,6 \cdot 10^3} \text{ h}\right)^2} = 3 \frac{10^{-3} \text{ km}}{\frac{1}{12,96 \cdot 10^6} \text{ h}^2} = \\ &= 3 \cdot 10^{-3} \cdot 12,96 \cdot 10^6 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} = 38,88 \cdot 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} = 3,888 \cdot 10^4 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}. \end{aligned}$$

Esercizio 15. Un punto materiale si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato; i valori della sua velocità a istanti successivi sono i seguenti:

$t \text{ (s)}$	3,5	6,5	9,5	12,5	15,5
$v \text{ (m/s)}$	4,2	7,4	10,6	13,8	17,0

Determina il valore dell'accelerazione.

Soluzione. L'accelerazione può essere determinata nel modo seguente:

$$a = \frac{7,4 \text{ m/s} - 4,2 \text{ m/s}}{6,5 \text{ s} - 3,5 \text{ s}} = \frac{3,2 \text{ m/s}}{3,0 \text{ s}} \approx 1,07 \text{ m/s}^2.$$

Esercizio 16. Un punto materiale si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato; i valori della sua posizione a istanti successivi sono i seguenti:

$t \text{ (s)}$	4,7	6,5	8,3	10,1	11,9
$x \text{ (m)}$	2,5	10,96	29,14	57,04	94,66

Determina la velocità iniziale e l'accelerazione.

Soluzione. La legge oraria, in generale, ha la seguente espressione:

$$x - x_0 = v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

con i dati $t_0 = 4,7 \text{ s}$ e $x_0 = 2,5 \text{ m}$ abbiamo:

$$x - 2,5 = v_0 (t - 4,7) + \frac{1}{2} a (t - 4,7)^2$$

per determinare v_0 (velocità iniziale) e a (accelerazione) sostituiamo i valori agli istanti $t_1 = 6,5 \text{ s}$ e $t_2 = 8,3 \text{ s}$:

$$\begin{cases} 10,96 - 2,5 = v_0 (6,5 - 4,7) + \frac{1}{2} a (6,5 - 4,7)^2 \\ 29,14 - 2,5 = v_0 (8,3 - 4,7) + \frac{1}{2} a (8,3 - 4,7)^2 \end{cases}$$

risolvendo il sistema lineare 2×2 si trovano i seguenti valori:

$$\begin{cases} v_0 = 2 \text{ m/s} \\ a = 3 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

Esercizio 17. Due auto, inizialmente distanti 200 m , si stanno venendo incontro; la prima viaggia a 108 km/h e frena con accelerazione in modulo uguale a 4 m/s^2 . La seconda auto viaggia a 72 km/h e frena con accelerazione in modulo uguale a 5 m/s^2 . Dire se le due auto si scontreranno.

Soluzione. Calcoliamo i due spazi di frenata, li sommiamo e confrontiamo il risultato con la distanza iniziale (200 m). Vediamo quindi il primo spazio di frenata:

$$(x - x_0)_1 = \frac{(0 \text{ m/s})^2 - (30 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-4 \text{ m/s}^2)} = 112,5 \text{ m};$$

per quanto riguarda il secondo spazio di frenata si ha:

$$(x - x_0)_2 = \frac{(0 \text{ m/s})^2 - (20 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-5 \text{ m/s}^2)} = 40 \text{ m} ;$$

sommando i due spazi di frenata:

$$(x - x_0)_1 + (x - x_0)_2 = 112,5 \text{ m} + 40 \text{ m} = 152,5 \text{ m} ,$$

si scopre che le due auto non si scontrano in quanto $152,5 \text{ m} < 200 \text{ m}$.

Esercizio 18. Lo spazio di frenata di un'auto è pari a 50 m se la sua velocità iniziale è v_0 ; qual è lo spazio di frenata se la velocità è $2v_0$? Si supponga che l'accelerazione sia la stessa in entrambi i casi.

Soluzione. Vediamo la formula generale per lo spazio di frenata (si osservi che $a < 0$):

$$x - x_0 = \frac{0^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow x - x_0 = -\frac{v_0^2}{2a}$$

se raddoppiamo la velocità iniziale si ottiene:

$$(x - x_0)^* = -\frac{(2v_0)^2}{2a} = -4\frac{v_0^2}{2a} = 4 \cdot (x - x_0)$$

quindi **lo spazio di frenata non raddoppia, ma quadruplica!** Questo ci fa riflettere sui rischi della velocità.

Esercizio 19. Un'auto, inizialmente ferma, impiega 50 s per percorrere $1,2 \text{ km}$ (accelerazione e arresto compresi). Sapendo che il tempo impiegato per raggiungere la velocità massima e quello impiegato per arrestarsi sono entrambi uguali a 10 s , si determini la velocità massima raggiunta e l'accelerazione in partenza.

Soluzione. Indichiamo con v_{max} la velocità massima raggiunta dall'auto; lo spazio percorso nella fase di accelerazione iniziale è pari a $\frac{1}{2} v_{max} \cdot (10 \text{ s})$; osserviamo che questo spazio è identico a quello percorso durante la fase finale di frenata. Durante i 30 s "centrali" lo spazio percorso è pari a $v_{max} \cdot (30 \text{ s})$; a questo punto possiamo sommare tutti questi spazi parziali e possiamo uguagliare a 1200 m :

$$\frac{1}{2} v_{max} \cdot (10 \text{ s}) + v_{max} \cdot (30 \text{ s}) + \frac{1}{2} v_{max} \cdot (10 \text{ s}) = 1200 \text{ m}$$

risolvendo l'equazione si ricava $v_{max} = 30 \text{ m/s}$. L'accelerazione iniziale è 3 m/s^2 .

Esercizio 20. Alice e Barbara fanno una gara sui 100 metri piani; Alice accelera con accelerazione costante pari a 3 m/s^2 per 3 s , poi si muove di moto rettilineo uniforme. Barbara, invece, accelera con accelerazione costante pari a $2,5 \text{ m/s}^2$ per 4 s , poi si muove di moto rettilineo uniforme. Chi vincerà la gara? Con quale distacco (in metri)?

Soluzione. Studiamo il moto di Alice; la sua velocità massima è di 9 m/s che mantiene dall'istante $t = 3 \text{ s}$ in poi. Nei primi 3 secondi Alice percorre uno spazio di $\frac{1}{2} (3 \text{ m/s}^2) \cdot (3 \text{ s})^2 = 13,5 \text{ m}$, per cui i restanti $(100 - 13,5) \text{ m} = 86,5 \text{ m}$ li percorre in $\frac{86,5 \text{ m}}{9 \text{ m/s}} \approx 9,61 \text{ s}$; Alice percorre i 100 metri in $(3 + 9,61) \text{ s} = 12,61 \text{ s}$.

Analizziamo ora nello stesso modo il moto di Barbara. La sua velocità massima è di 10 m/s ; nei primi 4 secondi Barbara percorre uno spazio di $\frac{1}{2} (2,5 \text{ m/s}^2) \cdot (4 \text{ s})^2 = 20 \text{ m}$, quindi i restanti $(100 - 20) \text{ m} = 80 \text{ m}$ li percorre in $\frac{80 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 8 \text{ s}$; Barbara percorre i 100 metri in $(4 + 8) \text{ s} = 12 \text{ s}$. Barbara vince la gara.

Per determinare infine il distacco in metri dobbiamo determinare la posizione di Alice all'istante $t = 12 \text{ s}$:

$$x = 13,5 \text{ m} + 9 \text{ m/s} \cdot (12 - 3) \text{ s} = 94,5 \text{ m}$$

all'istante in cui Barbara taglia il traguardo Alice è staccata di $5,5 \text{ m}$. Lo stesso risultato si ottiene osservando che Alice taglia il traguardo $0,61 \text{ s}$ più tardi, quindi in questo intervallo di tempo ha percorso un tratto di lunghezza $0,61 \text{ s} \cdot 9 \text{ m/s} \approx 5,5 \text{ m}$.

Esercizio 21. Un'auto parte da ferma e accelera per tre quarti di un certo percorso; successivamente si muove di moto rettilineo uniforme per l'ultimo quarto del percorso. Sapendo che la velocità massima è pari a 90 km/h e che il tempo impiegato totale è 21 s, si determini la lunghezza del percorso e l'accelerazione iniziale dell'auto.

Soluzione. Indichiamo con t l'istante in cui l'auto inizia a muoversi di moto rettilineo uniforme; lo spazio percorso nei primi t secondi è pari a $\frac{25 \cdot t}{2}$, mentre lo spazio percorso negli ultimi $(21 - t)$ secondi è $25 \cdot (21 - t)$. Poiché sappiamo che nella fase di accelerazione iniziale l'auto percorre i tre quarti dell'intero percorso, possiamo affermare che lo spazio $\frac{25 \cdot t}{2}$ risulta essere il triplo dello spazio $25 \cdot (21 - t)$:

$$\frac{25 \cdot t}{2} = 3 \cdot [25 \cdot (21 - t)]$$

risolvendo l'equazione si trova $t = 18$ s; l'intero percorso è lungo

$$\frac{25 \text{ m/s} \cdot 18 \text{ s}}{2} + 25 \text{ m/s} \cdot (21 \text{ s} - 18 \text{ s}) = 300 \text{ m}.$$

Calcoliamo infine l'accelerazione iniziale dell'auto:

$$a = \frac{25 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{18 \text{ s}} \approx 1,39 \text{ m/s}^2.$$

Esercizio 22. Un corpo parte da fermo con accelerazione pari a 5 m/s^2 . Ad un certo istante il corpo passa davanti ad un punto fisso A ; $0,5$ s più tardi passa davanti ad un altro punto fisso B , posto 4 m più avanti. Qual è l'istante in cui passa davanti al punto A ? Qual è la distanza di A dal punto iniziale?

Soluzione. Indicato con t l'istante in cui il corpo passa davanti al punto fisso A , osservato che la velocità all'istante t è $5t$ (mentre all'istante $(t + 0,5)$ è $5(t + 0,5)$), abbiamo:

$$\frac{5t + 5(t + 0,5)}{2} \cdot 0,5 = 4$$

risolvendo l'equazione si trova $t = 1,35$ s. Il punto fisso A si trova a $\frac{1}{2} \cdot 5 \text{ m/s}^2 \cdot (1,35 \text{ s})^2 \approx 4,56$ m dal punto iniziale.

Alternativamente possiamo procedere nel modo seguente:

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (t + 0,5)^2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2 = 4$$

risolvendo l'equazione si trova nuovamente $t = 1,35$ s.

Esercizio 23. All'istante $t_0 = 0$ s un'auto parte da ferma e in 10 s raggiunge (con accelerazione costante) la velocità di 108 km/h; una moto, avente una velocità iniziale di 72 km/h, all'istante $t = 0$ s la affianca ed inizia a frenare. Sapendo che la moto impiega 6 s per fermarsi, determinare l'istante in cui l'auto sorpassa la moto.

Soluzione. Scriviamo il sistema delle due leggi orarie:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot t^2 \\ x = 20t + \frac{1}{2} \cdot (-3,33) \cdot t^2 \end{cases}$$

le soluzioni sono le seguenti:

$$\begin{cases} x = 0 \text{ m} \\ t = 0 \text{ s} \end{cases} ; \begin{cases} x = 59,9 \text{ m} \\ t = 6,3 \text{ s} \end{cases}$$

la prima soluzione non ci dice niente di nuovo (infatti sappiamo dal testo del problema che i due veicoli si trovano affiancati all'istante $t = 0$ s); l'auto sorpassa la moto all'istante $t = 6,3$ s dopo aver percorso 60 metri (circa).

Esercizio 24. Un automobilista sta viaggiando ad una velocità costante di 54 km/h; ad un certo istante vede diventare rosso un semaforo distante 250 m ed inizia a frenare (con accelerazione costante) per 50 m, poi smette di frenare e percorre a velocità costante i successivi 200 m arrivando davanti al semaforo quando scatta il verde. Tenendo conto che il rosso resta acceso esattamente per 30 s, si determini l'accelerazione dell'auto durante la frenata.

Soluzione. Prima di tutto, indichiamo con t l'istante in cui l'automobilista smette di frenare; i primi 50 metri sono percorsi con moto rettilineo uniformemente accelerato, quindi si ha

$$50 = \frac{15 + (15 + at)}{2} \cdot t$$

poiché gli ultimi 200 metri sono percorsi con velocità costante pari a $(15 + at)$, risulta:

$$200 = (15 + at) \cdot (30 - t)$$

dobbiamo quindi risolvere il sistema

$$\begin{cases} 50 = \frac{15 + (15 + at)}{2} \cdot t \\ 200 = (15 + at) \cdot (30 - t) \end{cases}$$

ricaviamo a dalla prima equazione:

$$\begin{cases} a = \frac{100 - 30t}{t^2} \\ 200 = (15 + at) \cdot (30 - t) \end{cases}$$

sostituiamo l'espressione di a nella seconda equazione:

$$\begin{cases} a = \frac{100 - 30t}{t^2} \\ 200 = \left(15 + \frac{100 - 30t}{t^2} \cdot t\right) \cdot (30 - t) \end{cases}$$

risolvendo la seconda equazione nell'incognita t troviamo le soluzioni

$$t_1 = 25 - 5\sqrt{17} \approx 4,38 \text{ s} ; \quad t_2 = 25 + 5\sqrt{17} \approx 45,62 \text{ s}$$

la seconda soluzione va ovviamente scartata in quanto la nostra soluzione deve essere compresa tra 0 s e 30 s. La soluzione, perciò, risulta essere $t = 4,38$ s; per determinare l'accelerazione è sufficiente sostituire nella formula $a = \frac{100 - 30t}{t^2}$:

$$a = \frac{100 - 30 \cdot 4,38}{(4,38)^2} \Rightarrow a \approx -1,64 \text{ m/s}^2 .$$

Esercizio 25. Un ciclista viaggia ad una velocità costante di 36 km/h; ad un certo punto sorpassa un motociclista fermo. Passati 4 s dal sorpasso, la moto parte con accelerazione costante di modulo pari a 1 m/s^2 e raggiunge il ciclista. Qual è la velocità della moto al momento del sorpasso?

Soluzione. Nei primi 4 secondi il ciclista ha percorso 40 metri; per risolvere il problema è sufficiente risolvere il seguente sistema delle leggi orarie:

$$\begin{cases} x = 40 + 10t \\ x = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 + 10t \\ 40 + 10t = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 \end{cases}$$

la seconda equazione ammette le seguenti soluzioni:

$$t_1 \approx -3,4 \text{ s} ; \quad t_2 \approx 23,4 \text{ s} ;$$

la soluzione t_1 va scartata in quanto siamo interessati alle soluzioni $t > 0$ s; la moto raggiunge il ciclista dopo 23,4 s dalla sua partenza. La velocità della moto al momento del sorpasso è pari a 23,4 m/s (infatti ogni secondo la velocità della moto aumenta di 1 m/s).