Liceo "Carducci" Volterra - Prof. Francesco Daddi

Ancora esercizi sul moto parabolico - 3^aB Scientifico

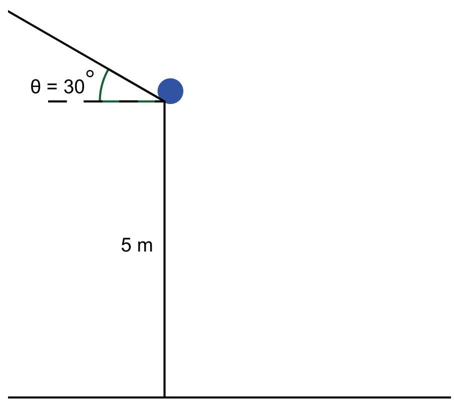
6 marzo 2011

Esercizio 1. Una pallina è lanciata orizzontalmente da un'altezza pari a 12 m; il modulo della velocità con cui cade al suolo è pari al doppio del modulo della velocità iniziale. Si determini la velocità iniziale.

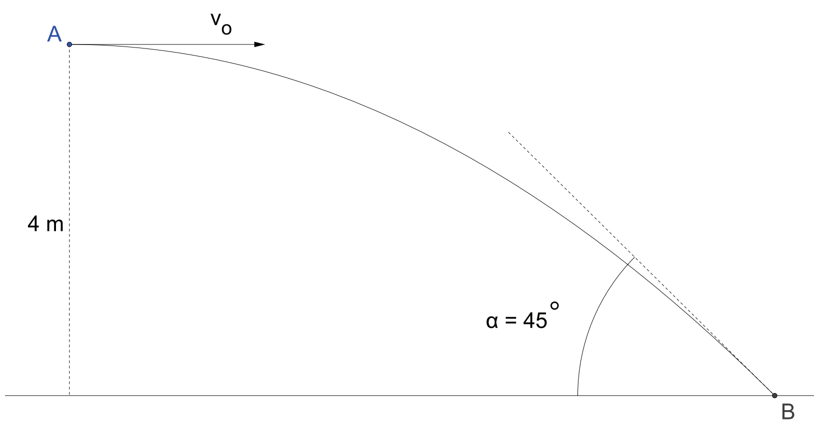
Esercizio 2. Una pallina, lanciata orizzontalmente ($v_o = 10\ m/s$) da un'altezza h, colpisce il suolo dopo $1,2\ s$. Si determini h. E' necessario conoscere v_o?

Esercizio 3. Una pallina, lanciata da un'altezza h con velocità di modulo $v_o = 10\ m/s$ e angolo pari a $30°$, colpisce il suolo dopo $3,5\ s$. Si determini h e la massima altezza raggiunta.

Esercizio 4. Una pallina abbandona un piano inclinato ($\theta = 30°$) da un'altezza pari a 5 m e tocca il suolo dopo $0,8\ s$. Si determini il modulo della velocità con cui abbandona il piano inclinato.



Esercizio 5. Una pallina viene lanciata orizzontalmente da un'altezza pari a 4 m; sapendo che colpisce il terreno con un angolo di $45°$, si determini la velocità iniziale.



Esercizio 6. Qual è il *minimo* modulo della velocità di lancio che permette di colpire un bersaglio posto in un punto 8 m più avanti e 5 m più in alto?

Liceo “Carducci” Volterra - Prof. Francesco Daddi

Soluzione degli esercizi del 6 marzo 2011 - 3^aB Scientifico

Soluzione dell’esercizio 1

Primo metodo. Indicando con v_o il modulo della velocità iniziale, la velocità finale ha modulo pari a $2\,v_o$, quindi le sue componenti saranno

$$\begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = \sqrt{(2\,v_o)^2 - v_o^2} = \sqrt{3}\,v_o \ ; \end{cases}$$

ora possiamo calcolare v_o:

$$(\sqrt{3}\,v_o)^2 - (0\ m/s)^2 = 2 \cdot (-9,8\ m/s^2) \cdot (0\ m - 12\ m) \ \Rightarrow\ 3\,v_0^2 = 235,2\ m^2/s^2 \ \Rightarrow\ v_o \approx 8,85\ m/s\ .$$

Secondo metodo. La legge oraria della pallina è

$$\begin{cases} x = v_o\,t \\ y = 12 - 4,9\,t^2 \end{cases}$$

la pallina tocca il suolo quando $y = 0$, ovvero all’istante $t \approx 1,56\ s$; la velocità a tale istante è

$$\begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = (-9,8\ m/s^2) \cdot (1,56\ s) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = -15,29\ m/s \end{cases}$$

dato che il modulo deve essere pari al doppio del modulo della velocità iniziale (uguale a v_o) abbiamo:

$$\sqrt{v_o^2 + (-15,29\ m/s)^2} = 2\,v_o$$

risolvendo si trova $v_o \approx 8,83\ m/s$.

I valori trovati con i due metodi sono diversi in quanto nel secondo metodo abbiamo approssimato l’istante $t = \sqrt{\frac{12}{4,9}}\ s$ con $1,56\ s$.

Soluzione dell’esercizio 2

La legge oraria della pallina è

$$\begin{cases} x = v_o\,t \\ y = h - 4,9\,t^2 \end{cases}$$

poiché colpisce il suolo all’istante $t = 1,2\ s$, abbiamo

$$0\ m = h - (4,9\ m/s^2) \cdot (1,2\ s)^2 \ \Rightarrow\ h \approx 7,06\ m\ .$$

Il valore trovato è indipendente dalla velocità iniziale, in quanto questa è diretta orizzontalmente.

Soluzione dell’esercizio 3

La legge oraria della pallina è

$$\begin{cases} x = 10 \cdot \cos(30^\circ)\,t \\ y = h + 10 \cdot \sin(30^\circ)\,t - 4,9\,t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8,66\,t \\ y = h + 5\,t - 4,9\,t^2\ ; \end{cases}$$

poiché colpisce il suolo all’istante $t = 3,5\ s$, abbiamo:

$$0\ m = h + (5\ m/s) \cdot (3,5\ s) - (4,9\ m/s^2) \cdot (3,5\ s)^2 \ \Rightarrow\ h \approx 42,53\ m\ .$$

La massima altezza y_{max} è pari a

$$(0\ m/s)^2 - (5\ m/s)^2 = 2 \cdot (-9,8\ m/s^2) \cdot (y_{max} - 42,53\ m) \ \Rightarrow\ y_{max} \approx 43,81\ m\ .$$

Soluzione dell'esercizio 4

La legge oraria della pallina è

$$\begin{cases} x = v_o \cdot \cos(30°)\, t \\ y = 5 - v_o \cdot \sin(30°)\, t - 4,9\, t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_o \cdot 0,866\, t \\ y = 5 - v_o \cdot 0,5\, t - 4,9\, t^2 \end{cases} ;$$

poiché la pallina tocca il suolo all'istante $t = 0,8\ s$, abbiamo

$$0\ m = 5\ m - v_o \cdot 0,5 \cdot (0,8\ s) - (4,9\ m/s^2) \cdot (0,8\ s)^2 \quad \Rightarrow \quad v_o \approx 4,66\ m/s\ .$$

Soluzione dell'esercizio 5

Indicato con v_o il modulo della velocità iniziale, la legge oraria della pallina è

$$\begin{cases} x = v_o\, t \\ y = 4 - 4,9\, t^2 \end{cases}$$

il tempo di volo è $t^* = \sqrt{\dfrac{4\ m}{4,9\ m/s^2}} (\approx 0,9\ s)$ poiché la velocità all'istante generico t è

$$\begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = -9,8\, t \end{cases}$$

le componenti della velocità finale saranno:

$$\begin{cases} v_x = v_o \\ v_y = -v_o \end{cases}$$

e quindi, dalla seconda equazione:

$$-v_0 = (-9,8\ m/s^2) \cdot t^* \quad \Rightarrow \quad v_o \approx 8,85\ m/s\ .$$

Soluzione dell'esercizio 6

Per risolvere l'esercizio basta imporre che la parabola di sicurezza

$$y = \frac{v_o^2}{2\, g} - \frac{g}{2\, v_0^2}\, x^2$$

passi per il punto $P(8\, ;\, 5)$:

$$5 = \frac{v_o^2}{2\, g} - \frac{g}{2\, v_0^2}\, 8^2$$

risolviamo l'equazione rispetto a v_o:

$$\frac{10\, g\, v_o^2}{2\, g\, v_o^2} = \frac{v_o^4 - 64\, g^2}{2\, g v_o^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{10\, g\, v_o^2}{\cancel{2\, g\, v_o^2}} = \frac{v_o^4 - 64\, g^2}{\cancel{2\, g v_o^2}} \quad \Rightarrow \quad v_o^4 - 10\, g v_o^2 - 64\, g^2 = 0$$

ponendo $k = v_o^2$ (l'equazione è una biquadratica), si ricava quindi il *minimo* modulo della velocità iniziale: $v_o \approx 11,89\ m/s$.