Esercizi sul moto circolare uniforme

Esercizio 1. Un corpo percorre a velocità costante una circonferenza di raggio $R = 6\ m$ in $8\ s$. Si determini:
a) il modulo della velocità del corpo;
b) il modulo dell'accelerazione centripeta.

Esercizio 2. Determinare la velocità angolare di un corpo che, muovendosi a velocità costante, impiega $39\ s$ per percorrere 7 giri e 3/4 su una traiettoria circolare.

Esercizio 3. a) Calcolare il modulo della velocità della Terra nel suo moto attorno al Sole.
b) Determinare il modulo dell'accelerazione centripeta.
Si supponga che l'orbita sia perfettamente circolare e il moto uniforme.
Dati: $R = 1,49 \cdot 10^{11}\ m$; $T = 3,16 \cdot 10^{7}\ s$.

Esercizio 4. a) Calcolare il modulo della velocità della Luna nel suo moto attorno alla Terra.
b) Determinare il modulo dell'accelerazione centripeta.
Si supponga che l'orbita sia perfettamente circolare e il moto uniforme.
Dati: $R = 3,84 \cdot 10^{8}\ m$; $T = 27,3$ giorni.

Esercizio 5. Il Sole ruota attorno al centro della Via Lattea ad una distanza di circa 30000 anni-luce dal centro (1 anno-luce $\approx 9,5 \cdot 10^{15}\ m$). Sapendo che impiega 220 milioni di anni per compiere una rotazione completa, determinare:
a) il modulo della velocità;
b) il modulo dell'accelerazione centripeta.
Si supponga che l'orbita sia perfettamente circolare e il moto uniforme.

Esercizio 6. Un corpo si sta muovendo lungo una circonferenza, impiegando $18\ s$ per percorrere 5 giri e 2/3. Sapendo che il modulo dell'accelerazione centripeta è pari a $7\ m/s^2$, determinare:
a) il raggio della circonferenza;
b) il modulo della velocità;
c) la frequenza f.

Esercizio 7. Calcolare la velocità angolare delle lancette di un orologio.

Esercizio 8. La centrifuga di una lavatrice compie 1500 giri al minuto. Se il cestello ha un diametro di $55\ cm$, si determini:
a) il periodo, la frequenza e la velocità angolare del moto rotatorio;
b) il modulo della velocità e il modulo dell'accelerazione centripeta di un punto che si trova sul bordo del cestello.

Esercizio 9. Un'automobile affronta una curva di raggio $100\ m$ alla velocità di $108\ km/h$. Calcolare il modulo dell'accelerazione centripeta. Se la velocità dimezza, come varia il modulo dell'accelerazione centripeta?

Esercizio 10. Le pale di un'elica sono lunghe $200\ cm$ ciascuna. Sapendo che il modulo della velocità agli estremi di una pala è $250\ m/s$, determinare:
a) la velocità di un punto che si trova a $75\ cm$ dall'asse di rotazione;
b) la velocità angolare.

Esercizio 11. A quale velocità angolare deve ruotare una centrifuga se una particella a $10\ cm$ dall'asse di rotazione deve subire un'accelerazione di modulo pari a $800\ m/s^2$?

Esercizio 12. Una particella è in moto in un campo magnetico; sapendo che descrive una circonferenza di raggio pari a $3,4\ cm$ e che il modulo (costante) della velocità è $8 \cdot 10^{6}\ m/s$, determinare:
a) la frequenza;
b) il modulo dell'accelerazione della particella.

Esercizio 13. Un disco sul piatto del giradischi compie 33 giri al minuto. Calcola il periodo, la frequenza e la velocità angolare.

Esercizio 14. Un ventilatore ha le pale lunghe 45 cm. Quando è in funzione, le pale compiono 1000 giri al minuto. Qual è il modulo della velocità dei punti più lontani dal centro?

Esercizio 15. Uno shuttle è in orbita a 400 km dalla superficie della Terra; l'accelerazione centripeta ha modulo pari a $8,8\ m/s^2$. Determinare il modulo della velocità e il periodo dello shuttle ($R_{\text{Terra}} = 6,38 \cdot 10^3\ km$).

Esercizio 16. Un punto si muove di moto circolare uniforme ($R = 7\ dm$); sapendo che impiega $1,2\ s$ per descrivere un angolo di 30°, si determini:
a) il periodo del moto;
b) il modulo dell'accelerazione centripeta.

Esercizio 17. Qual è il rapporto $\dfrac{v}{a}$ tra il modulo della velocità vettoriale istantanea ed il modulo dell'accelerazione centripeta?

a) $\dfrac{1}{\omega}$ b) ω^2 c) ωR d) $2\pi\omega$ e) nessuna delle precedenti

Esercizio 18. Due cavallucci sono montati, a diversa distanza dal centro, su una giostra che gira.
Quale grandezza è *diversa* per il moto dei due cavallucci?
a) il periodo T b) la frequenza f c) la velocità angolare ω d) la velocità scalare v e) nessuna delle precedenti

Esercizio 19. Ricava la formula per il modulo dell'accelerazione centripeta espressa in funzione della frequenza f e del raggio R.

Esercizio 20. Un lettore CD-DVD sta facendo girare un CD alla frequenza di 400 giri al minuto. Si determini:
a) la velocità angolare;
b) l'angolo di cui è ruotato il disco in un intervallo di tempo $\Delta t = 0,075\ s$.

Esercizio 21. Un aereo compie una rotazione di 90° mentre vola alla velocità costante di 250 m/s. Dal momento che la virata è completata in 18 s, si determini:
a) la velocità angolare;
b) il modulo dell'accelerazione centripeta.

Esercizio 22. Un treno sta viaggiando ad una velocità di 100 km/h e deve affrontare una curva di raggio 1 km; poiché la massima accelerazione accettabile dai passeggeri è pari a $0,6\ m/s^2$, dire se il macchinista deve necessariamente frenare prima che il treno entri nella curva.

Esercizio 23. Qual è il modulo dell'accelerazione centripeta dovuta alla rotazione della Terra per un oggetto che si trova sull'equatore?

Esercizio 24. Un corpo A si muove con velocità scalare costante lungo una circonferenza di raggio R. Un altro corpo B si muove su una circonferenza di raggio $3R$; qual è il rapporto $\dfrac{v_B}{v_A}$ tra le due velocità scalari se i due corpi hanno lo stesso modulo dell'accelerazione centripeta?

Esercizio 25. Due corpi A e B si muovono su due circonferenze concentriche di raggi, rispettivamente, R_A e R_B ; sapendo che le velocità angolari sono uguali e impiegano 8 s per percorrere 5 giri e 1/2, che l'accelerazione centripeta di A ha modulo pari a $5\ m/s^2$ e che il rapporto dei raggi è $\dfrac{R_B}{R_A} = 1,6$, determinare il modulo della velocità di B.

Esercizio 26. Due corpi A e B si muovono di moto circolare uniforme lungo due circonferenze concentriche, con periodo rispettivamente $T_A = 5\ s$ e $T_B = 9\ s$. Sapendo che si muovono nello stesso senso, ogni quanto tempo si trovano allineati col centro, dalla stessa parte rispetto a questo?

Esercizio 27. Su una circonferenza di raggio $r = 5\ m$ si muovono due punti che si incontrano ogni 20 s se si muovono nello stesso verso ed ogni 4 s se si muovono in senso opposto. Supponendo che il moto dei due corpi è uniforme, si determini il modulo delle velocità.

Esercizio 28. Un'auto viaggia ad una velocità costante di 108 km/h. Sapendo che ogni pneumatico ha un diametro di 50 cm, determinare quanti giri al minuto compie ciascuna ruota.

Esercizio 29. Un bambino sta facendo ruotare un sasso legato ad una cordicella lunga 30 cm su una circonferenza orizzontale ad un'altezza di 2 m dal suolo. La cordicella si rompe e il sasso va a cadere a 6 m di distanza. Qual era la velocità angolare del sasso prima che la cordicella si rompesse?

Liceo "Carducci" Volterra - Classe 3^aB Scientifico - Francesco Daddi - 21 marzo 2011

Soluzione degli esercizi sul moto circolare uniforme

Esercizio 1. Risulta $R = 6\ m$ e $T = 8\ s$, per cui:
a) $v = \dfrac{2\pi R}{T} \;\Rightarrow\; v \approx 4,7\ m/s$; b) $a_c = \dfrac{v^2}{R} \;\Rightarrow\; a_c \approx 3,7\ m/s^2$.

Esercizio 2. Determiniamo il periodo: $T = \dfrac{39\ s}{7,75} \;\Rightarrow\; T \approx 5,03\ s$; $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \;\Rightarrow\; \omega \approx 1,25\ rad/s$.

Esercizio 3. a) $v = \dfrac{2\pi R}{T} \;\Rightarrow\; v \approx 29626\ m/s$; b) $a_c = \dfrac{v^2}{R} \;\Rightarrow\; a_c \approx 5,9 \cdot 10^{-3}\ m/s^2$.

Esercizio 4. a) $v = \dfrac{2\pi R}{T} \;\Rightarrow\; v \approx 1023\ m/s$; b) $a_c = \dfrac{v^2}{R} \;\Rightarrow\; a_c \approx 2,7 \cdot 10^{-3}\ m/s^2$.

Esercizio 5. a) $v = \dfrac{2\pi R}{T} \;\Rightarrow\; v \approx 2,6 \cdot 10^5\ m/s$; b) $a_c = \dfrac{v^2}{R} \;\Rightarrow\; a_c \approx 2,3 \cdot 10^{-10}\ m/s^2$.

Esercizio 6. Il periodo è: $T = \dfrac{18\ s}{5+\frac{2}{3}} \;\Rightarrow\; T \approx 3,18\ s$; la velocità angolare è
$\omega = \dfrac{2\pi}{T} \;\Rightarrow\; \omega \approx 1,98\ rad/s$.
a) $a_c = \omega^2 R \;\Rightarrow\; R = \dfrac{a_c}{\omega^2} \;\Rightarrow\; R \approx 1,79\ m$; b) $v = \omega R \;\Rightarrow\; v \approx 3,54\ m/s$;
c) $f = \dfrac{1}{T} \;\Rightarrow\; f = 0,31\ Hz$.

Esercizio 7. Lancetta delle ore: poiché il periodo è $T = 12 \cdot 3600\ s = 43200\ s$, risulta:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \;\Rightarrow\; \omega \approx 0,00015\ rad/s\ .$$

Lancetta dei minuti: poiché il periodo è $T = 3600\ s$, risulta: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \;\Rightarrow\; \omega \approx 0,0017\ rad/s$.
Lancetta dei secondi: poiché il periodo è $T = 60\ s$, risulta: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \;\Rightarrow\; \omega \approx 0,105\ rad/s$.

Esercizio 8. Poiché $R = 0,275\ m$ risulta:
a) $f = \dfrac{1500}{60}\ Hz \;\Rightarrow\; f = 25\ Hz$; $T = \dfrac{1}{f} \;\Rightarrow\; T = 0,04\ s$; $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \;\Rightarrow\; \omega \approx 157\ rad/s$.
b) $v = \dfrac{2\pi R}{T} \;\Rightarrow\; v \approx 43,2\ m/s$; $a_c = \omega^2 R \;\Rightarrow\; a_c \approx 6785,4\ m/s^2$.

Esercizio 9. Poiché $108\ km/h = 30\ m/s$, abbiamo: $a_c = \dfrac{v^2}{R} \;\Rightarrow\; a_c = 9\ m/s^2$.
Se la velocità dimezza abbiamo:

$$a_c' = \frac{(v/2)^2}{R} \;\Rightarrow\; a_c' = \frac{1}{4}\cdot\frac{v^2}{R} \;\Rightarrow\; a_c' = \frac{a_c}{4}\ .$$

Esercizio 10. a) La velocità di un punto che si trova a $0,75\ m$ è $v = \dfrac{0,75\ m}{2,00\ m} \cdot 250\ m/s = 93,75\ m/s$.
b) $v = \omega R \;\Rightarrow\; \omega = \dfrac{v}{R} \;\Rightarrow\; \omega \approx 125\ rad/s$.

Esercizio 11. $a_c = \omega^2 R \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\dfrac{a_c}{R}} \;\Rightarrow\; \omega \approx 89,4\ rad/s$.

Esercizio 12. Determiniamo il periodo: $T = \dfrac{2\,\pi R}{v} \quad \Rightarrow \quad T \approx 2,67 \cdot 10^{-8}\ s$.

a) $f = \dfrac{1}{T} \quad \Rightarrow \quad f \approx 3,74 \cdot 10^{7}\ Hz$. b) $a_c = \dfrac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad a_c \approx 1,88 \cdot 10^{15}\ m/s^2$.

Esercizio 13. $T = \dfrac{60}{33}\ s \quad \Rightarrow \quad T \approx 1,82\ s$; $f = \dfrac{33}{60}\ Hz \quad \Rightarrow \quad f = 0,55\ Hz$;
$\omega = \dfrac{2\,\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad \omega \approx 3,46\ rad/s$.

Esercizio 14. Poiché $T = \dfrac{60}{1000}\ s \quad \Rightarrow \quad T = 0,06\ s$, abbiamo: $v = \dfrac{2\,\pi R}{T} \quad \Rightarrow \quad v \approx 47,1\ m/s$.

Esercizio 15. $a_c = \dfrac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{a_c R} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{8,8 \cdot (6,38 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5)}\ m/s \quad \Rightarrow$
$v \approx 7724,2\ m/s$. $T = \dfrac{2\,\pi R}{v} \quad \Rightarrow \quad T \approx 5515\ s$.

Esercizio 16. Calcoliamo la velocità angolare: $\omega = \dfrac{\pi/6\ rad}{1,2\ s} \quad \Rightarrow \quad \omega \approx 0,44\ rad/s$.
a) $T = \dfrac{2\,\pi}{\omega} \quad \Rightarrow \quad T \approx 14,4\ s$. b) $a_c = \omega^2 R \quad \Rightarrow \quad a_c \approx 0,13\ m/s^2$.

Esercizio 17. $\dfrac{v}{a} = \dfrac{\omega R}{\omega^2 R} = \dfrac{\cancel{\omega}\cancel{R}}{\omega^{\cancel{2}}\cancel{R}} = \dfrac{1}{\omega}$. La risposta corretta è quindi la a).

Esercizio 18. La risposta corretta è la d).

Esercizio 19. $a_c = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(2\,\pi R f)^2}{R} = \dfrac{4\,\pi^2 R^2 f^2}{R} = \dfrac{4\,\pi^2 R^{\cancel{2}} f^2}{\cancel{R}} = 4\,\pi^2 R f^2$.

Esercizio 20. a) $\omega = 2\,\pi f \quad \Rightarrow \quad \omega \approx 41,89\ rad/s$. b) $\theta = \omega \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad \theta \approx 3,14\ rad$ (nell'intervallo di tempo Δt il disco è perciò ruotato di un angolo piatto).

Esercizio 21. a) La velocità angolare è $\omega = \dfrac{\pi/2}{18}\ rad/s \approx 0,087\ rad/s$.
b) Il modulo dell'accelerazione centripeta è pari a $a_c = \omega^2 R \quad \Rightarrow \quad a_c = \omega(\omega R) \quad \Rightarrow \quad a_c = \omega v \quad \Rightarrow$
$a_c \approx 21,8\ m/s^2$.

Esercizio 22. Calcoliamo il modulo dell'accelerazione centripeta del treno se la curva viene affrontata alle velocità di 100 km/h:

$$a_c = \frac{\left(\dfrac{100}{3,6}\ \dfrac{m}{s}\right)^2}{10^3\ m} \approx 0,77\ m/s^2\ ;$$

il macchinista deve quindi azionare i freni prima di affrontare la curva.

Esercizio 23. La velocità angolare è $\omega = \dfrac{2\,\pi}{86400}\ rad/s \quad \Rightarrow \quad \omega \approx 7,3 \cdot 10^{-5}\ rad/s$, per cui abbiamo:
$a_c = \omega^2 R \quad \Rightarrow \quad a_c \approx 0,034\ m/s^2$.

Esercizio 24. Dalla formula $a_c = \dfrac{v^2}{R}$ ricaviamo $v = \sqrt{a_c \cdot R}$; quindi

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{\sqrt{a_c \cdot (3\,R)}}{\sqrt{a_c \cdot R}} = \sqrt{\frac{3 \cdot \cancel{a_c \cdot R}}{\cancel{a_c \cdot R}}} = \sqrt{3}\ .$$

Esercizio 25. Determiniamo per prima cosa la velocità angolare: $\omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot \dfrac{5,5}{8}\ rad/s \quad \Rightarrow \quad \omega \approx 4,32\ rad/s$; determiniamo ora il raggio R_A dalla formula $a_c = \omega^2 R$: $R_A = \dfrac{5}{(4,32)^2}\ m \quad \Rightarrow \quad R_A \approx 0,27\ m$; $v_B = 2\pi R_B f \quad \Rightarrow \quad v_B = 2 \cdot \pi \cdot (1,6 \cdot 0,27) \cdot \dfrac{5,5}{8}\ m/s \quad \Rightarrow \quad v_B \approx 1,9\ m/s$.

Esercizio 26. Le velocità angolari sono, rispettivamente:

$$\omega_A = \frac{2\,\pi}{T_A} \ ; \ \omega_B = \frac{2\,\pi}{T_B}$$

ipotizzando che all'istante $t = 0\ s$ i due corpi sono allineati con il centro, dalla stessa parte rispetto a questo, all'istante generico t i due corpi hanno descritto archi di ampiezza

$$\theta_A = \omega_A \cdot t \ ; \ \theta_B = \omega_B \cdot t$$

i due corpi si trovano di nuovo allineati, dalla stessa parte rispetto a questo, quando

$$\theta_A - \theta_B = 2\,\pi \quad \Rightarrow \quad (\omega_A - \omega_B) \cdot t = 2\,\pi \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2\,\pi}{\omega_A - \omega_B} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{\dfrac{1}{T_A} - \dfrac{1}{T_B}}$$

sostituendo si ricava $t = 11,25\ s$.

Esercizio 27. Studiamo il caso in cui i due punti si muovono nello stesso senso: indicando con t_1 l'istante in cui si incontrano per la prima volta, risulta: $\omega_A \cdot t_1 - \omega_B \cdot t_1 = 2\,\pi \quad \Rightarrow \quad \omega_A - \omega_B = \dfrac{2\,\pi}{t_1}$.

Analizziamo ora il caso in cui i due punti si muovono in senso opposto: indicando con t_2 l'istante in cui si incontrano per la prima volta, risulta: $\omega_A \cdot t_2 + \omega_B \cdot t_2 = 2\,\pi \quad \Rightarrow \quad \omega_A + \omega_B = \dfrac{2\,\pi}{t_2}$.

Risolvendo il sistema lineare $\begin{cases} \omega_A - \omega_B = \dfrac{2\,\pi}{t_1} \\ \omega_A + \omega_B = \dfrac{2\,\pi}{t_2} \end{cases}$ si ricava

$$\begin{cases} \omega_A = \pi\left(\dfrac{1}{t_1} + \dfrac{1}{t_2}\right) \\ \omega_B = \pi\left(\dfrac{1}{t_2} - \dfrac{1}{t_1}\right) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \omega_A \approx 0,942\ rad/s \\ \omega_B \approx 0,628\ rad/s\ . \end{cases} \quad \text{Le velocità, perciò, sono:} \quad \begin{cases} v_A \approx 4,71\ m/s \\ v_B \approx 3,14\ m/s\ . \end{cases}$$

Esercizio 28. L'auto viaggia a 30 m/s, quindi in un minuto percorre 1800 m ; dal momento che ogni pneumatico compie un giro completo quando l'auto si è spostata di $2\,\pi R$, ovvero di $1,57\ m$, ogni pneumatico in un minuto compie $\dfrac{1800}{1,57} \approx 1146$ giri completi.

Esercizio 29. La legge oraria del sasso dopo la rottura della cordicella è:

$$\begin{cases} x = v_o\, t \\ y = 2 - 4,9\, t^2 \end{cases}$$

poiché il sasso cade nel punto di coordinate $(6\,;\,0)$, si ha:

$$\begin{cases} 6 = v_o\, t \\ 0 = 2 - 4,9\, t^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 6\ m = v_o \cdot (0,64\ s) \\ t \approx 0,64\ s \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} v_o \approx 9,38\ m/s \\ t \approx 0,64\ s\ . \end{cases}$$

La velocità angolare prima della rottura della cordicella era $\omega = \dfrac{v}{R} \quad \Rightarrow \quad \omega \approx 31,27\ rad/s$.