

Frazione generatrice di un numero decimale periodico

Trovare la frazione generatrice del numero $1,0\overline{34}$.

Soluzione. Ponendo $x = 0,0\overline{34}$ abbiamo:

$$1,0\overline{34} = 1 + 0,0\overline{34} = 1 + x$$

occupiamoci ora di x ; se moltiplichiamo x per 100 otteniamo:

$$100 \cdot x = 100 \cdot 0,0\overline{34} = 3,4\overline{34} = 3,4 + 0,0\overline{34} = 3,4 + x$$

quindi

$$100 \cdot x = 3,4 + x$$

da cui

$$99 \cdot x = 3,4$$

dal momento che $3,4 = \frac{34}{10} = \frac{17}{5}$ abbiamo

$$99 \cdot x = \frac{17}{5}$$

ricaviamo quindi

$$x = \frac{1}{99} \cdot \frac{17}{5};$$

in definitiva abbiamo:

$$1,0\overline{34} = 1 + x = 1 + \frac{1}{99} \cdot \frac{17}{5}$$

semplificando si ha

$$1,0\overline{34} = \frac{512}{495}.$$

E' possibile trovare la frazione generatrice anche con le serie geometriche:

$$1,0\overline{34} = 1 + 0,0\overline{34} = 1 + \frac{34}{10^3} + \frac{34}{10^5} + \frac{34}{10^7} + \frac{34}{10^9} + \dots$$

$$1,0\overline{34} = 1 + \frac{34}{10^3} \cdot \left(1 + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^4} + \frac{1}{10^6} + \dots \right)$$

dal momento che

$$1 + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^4} + \frac{1}{10^6} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{10^2}} = \frac{100}{99}$$

possiamo scrivere

$$1,0\overline{34} = 1 + \frac{34}{10^3} \cdot \frac{100}{99} = 1 + \frac{34}{990} = \frac{512}{495}.$$