

Esercizi di preparazione alla verifica scritta (problemi in una incognita)

Esercizio 1. Un padre ha 32 anni, il figlio 5. Dopo quanti anni l'età del padre sarà 10 volte maggiore di quella del figlio? Si interpreti il risultato ottenuto. [R. 2 anni fa]

Esercizio 2. Trova due numeri sapendo che la loro somma è 72 e che uno di essi è $\frac{5}{3}$ dell'altro. [R. 45 ; 27]

Esercizio 3. Trovare un numero che, sommato al suo triplo, dà 32. [R. 8]

Esercizio 4. Trovare un numero che, sommato alla sua metà ed alla sua sesta parte, dà 50. [R. 30]

Esercizio 5. Dividere il numero 576 in due parti tali che $\frac{5}{6}$ della prima parte meno $\frac{3}{4}$ della seconda parte sia uguale a 138. [R. 216 ; 360]

Esercizio 6. Determina due numeri naturali consecutivi tali che la differenza dei loro quadrati è uguale a 49. [R. 24 ; 25]

Esercizio 7. Trova tre numeri dispari consecutivi tali che la loro somma sia uguale a 87. [R. 27 ; 29 ; 31]

Esercizio 8. Trova cinque numeri pari consecutivi tali che la loro somma sia uguale a 1000. [R. 196 ; 198 ; 200 ; 202 ; 204]

Esercizio 9. Trova due numeri dispari consecutivi tali che la differenza dei loro cubi sia uguale a 218. [R. 7 ; 5]

Esercizio 10. Trova un numero tale che: se diviso per 3 dà resto 2; se calcoliamo la differenza tra il quadrato del numero stesso e il quadrato del precedente otteniamo 111. [R. 56]

Esercizio 11. La differenza di due numeri è 20, il loro quoziente è 3. Trova i due numeri. [R. 10 ; 30]

Esercizio 12. In un cortile ci sono dei polli e degli agnelli che hanno in tutto 47 teste e 120 zampe. Trovare il numero dei polli e degli agnelli.

Esercizio 13. In un numero di due cifre la somma di esse è 7; scrivendo le cifre in ordine inverso, si ottiene un numero che è il doppio del numero dato aumentato di 2. Trovare il numero.

Esercizio 14. Uno studente compra 4 penne, 12 quaderni e 7 libri per un totale di 180 euro. Sapendo che un libro costa quanto 8 penne e che 16 quaderni costano quanto 5 libri, determinare il costo dei singoli oggetti.

Esercizio 15. Ad un certo punto del campionato la Fiorentina ha il doppio dei punti della Juventus e l'Inter ha due terzi dei punti della Fiorentina. Sapendo che in totale i punti delle tre squadre sono 78, determinare i punti delle singole squadre.

Esercizio 16. Per organizzare una gita collettiva, vengono affittati due pulmini dello stesso modello, per i quali ciascun partecipante deve pagare 12 euro. Sui pulmini restano, in tutto, quattro posti liberi: se fossero stati occupati anche essi, ogni partecipante avrebbe risparmiato 1,50 euro. Quanti posti vi sono su ogni pulmino?

Esercizio 17. Un rubinetto, se aperto, riempie una fontana in 5 ore; un altro rubinetto riempie la stessa fontana in 7 ore. Se vengono aperti contemporaneamente, quanto tempo ci vorrà per riempire un sesto della vasca?

Esercizio 18. Un mercante va ad una fiera e riesce a raddoppiarsi il proprio capitale e vi spende 500 euro; ad una seconda fiera triplica il suo avere e spende 900 euro; ad una terza poi quadruplica il suo denaro e spende 1200 euro. Dopo ciò gli è rimasto 800 euro. Quanto era all'inizio il suo capitale?

Esercizio 19. La vita di Diofanto. *"Viandante! Qui furono sepolti i resti di Diofanto. E i numeri possono mostrare, oh, miracolo! Quanto lunga fu la sua vita, la cui sesta parte costituì la sua felice infanzia. Aveva trascorso ormai la dodicesima parte della sua vita, quando di peli si coprì la sua guancia. E la settima parte della sua esistenza trascorse in un matrimonio senza figli. Passò ancora un quinquennio e gli fu fonte di gioia la nascita del suo primogenito, che donò il suo corpo, la sua bella esistenza alla terra, la quale durò solo la metà di quella di suo padre. Il quale, con profondo dolore discese nella sepoltura, essendo sopravvenuto solo quattro anni al proprio figlio. Dimmi quanti anni visse Diofanto."* [R. 84]

Esercizio 20. Policrate, tiranno di Samos, domanda a Pitagora il numero dei suoi allievi. Pitagora risponde che: *"la metà studia le belle scienze matematiche; l'eterna Natura è l'oggetto dei lavori di un quarto; un settimo si esercita al silenzio e alla meditazione; vi sono inoltre tre donne."* Quanti allievi aveva Pitagora? [R. 28]

Esercizio 21. Antonello e Gianluigi hanno avuto dal padre l'incarico di arare due campi, l'uno di forma quadrata, e l'altro rettangolare. *"Io scelgo il campo quadrato - dice Antonello, - dato che il suo perimetro è di 4 metri inferiore a quello dell'altro"*. *"Come vuoi! - commenta il fratello - Tanto, la superficie è la stessa, dato che la lunghezza di quello rettangolare è di 18 metri superiore alla larghezza"*. Qual è l'estensione di ciascun campo?

Esercizio 22. In un supermercato si vendono le uova in due diverse confezioni, che ne contengono rispettivamente 10 e 12. In un giorno è stato venduto un numero di contenitori da 12 uova doppio di quelli da 10, per un totale di 544 uova. Quanti contenitori da 10 uova sono stati venduti?

Esercizio 23. Una ditta che produce asciugamani sostiene mensilmente delle spese fisse pari a 4000 euro. Per ogni asciugamano prodotto, messo in vendita a 12 euro, si spendono 4 euro di materie prime e manodopera. Quanti asciugamani deve vendere la ditta mensilmente per pareggiare il bilancio? [R. 500]

Esercizio 24. Un uomo entrò in un orto nel quale vi erano tre giardini per fare provvista di arance. Ma per uscire dovette darne al primo guardiano la metà più due, al secondo la metà di quelle rimaste più due e poi al terzo guardiano la metà delle rimaste più due. In tal modo restò con una sola arancia. Quante ne aveva colte? [R. 36]

Esercizio 25. Un grossista ha acquistato 120 bottiglie tra aceto e olio, pagando rispettivamente l'aceto 0,75 euro e l'olio 3,75 euro alla bottiglia. Avendo rotto tutte le bottiglie d'aceto, rivende a 4,8 euro ogni bottiglia di olio in modo da ripagarsi completamente per la spesa sostenuta. Quante bottiglie di aceto ha acquistato? [R. 70]

Esercizio 26. Trovare un numero di due cifre sapendo che la cifra delle decine è inferiore di 3 rispetto alla cifra delle unità e sapendo che invertendo l'ordine delle cifre e si sottrae il numero stesso, si ottiene 27. Si interpreti il risultato.

Esercizio 27. Al cinema "Matematico" hanno deciso di aumentare il biglietto del 10%; il numero degli spettatori è calato, però, del 10%. E' stato un affare?

Esercizio 28. (****) A mezzogiorno le lancette dei minuti e delle ore sono sovrapposte. Quando saranno di nuovo sovrapposte?

Esercizi di preparazione alla verifica scritta (equazioni)

Esercizio 1. $2x - 5 = x$ [R. $x = 5$]

Esercizio 2. $x - 4 = \frac{1}{3}x - 7$ [R. $x = -\frac{9}{2}$]

Esercizio 3. $2x + 3 = 4 + 2x$ [R. nessuna soluzione]

Esercizio 4. $x - 3(x + 2)^2 = -3x^2$ [R. $x = -\frac{12}{11}$]

Esercizio 5. $2(x - 1)^3 = -7x + 2x^3$ [R. $x_1 = \frac{1}{6}$; $x_2 = 2$]

Esercizio 6. $x = x + 3$ [R. nessuna soluzione]

Esercizio 7. $(x - 3)(x - 2) + x = x^2 - 5$ [R. $x = \frac{11}{4}$]

Esercizio 8. $\frac{x - 1}{2} = \frac{2 - 3x}{3}$ [R. $x = \frac{7}{9}$]

Esercizio 9. $4x + 5 - \frac{1}{2}x = 5 + \frac{7}{2}x$ [R. infinite soluzioni]

Esercizio 10. $2x - 1 = \frac{x - 1}{2} + 3$ [R. $x = \frac{7}{3}$]

Esercizio 11. $\frac{x - 2}{3} - 1 = x$ [R. $x = -\frac{5}{2}$]

Esercizio 12. $-\frac{1 - 2x}{2} = \frac{4 + x}{2} - 3$ [R. $x = -1$]

Esercizio 13. $x^2 = 9$ [R. $x_1 = -3$; $x_2 = 3$]

Esercizio 14. $x^2 - 5x + 6 = 0$ [R. $x_1 = 2$; $x_2 = 3$]

Esercizio 15. $x^2 + 1 = x^2 + x - \frac{4}{3}$ [R. $x = \frac{7}{3}$]

Esercizio 16. $-x^2 - x + 3 = -x - 1$ [R. $x_1 = -2$; $x_2 = 2$]

Esercizio 17. $x^3 - 4x^2 + 3x = 0$ [R. $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 3$]

Esercizio 18. $x^3 - 4x^2 - 11x = -30$ [R. $x_1 = 2$; $x_2 = -3$; $x_3 = 5$]

Esercizio 19. $x^3 - 3x^2 = -(x - 3)$ [R. $x = 3$]

Esercizio 20. $\frac{(x - 4)(x + 1)}{2} + 1 = -\frac{x + 2}{2}$ [R. $x_1 = 0$; $x_2 = 2$]

Esercizio 21. $\frac{x^2 - 7x + 10}{4} = x^2 - 4$ [R. $x_1 = 2$; $x_2 = -\frac{13}{3}$]

Soluzioni degli esercizi sulle equazioni

Esercizio 1. $2x - 5 = x \Rightarrow x = 5$.

Esercizio 2. $x - 4 = \frac{1}{3}x - 7 \Rightarrow \frac{2}{3}x = -3 \Rightarrow x = -\frac{9}{2}$.

Esercizio 3. $2x + 3 = 4 + 2x \Rightarrow 0x = 1 \Rightarrow$ equazione impossibile.

Esercizio 4. $x - 3(x + 2)^2 = -3x^2 \Rightarrow -11x = 12 \Rightarrow x = -\frac{12}{11}$.

Esercizio 5. $2(x - 1)^3 = -7x + 2x^3 \Rightarrow -6x^2 + 13x - 2 = 0 \Rightarrow (-1) \cdot (-6x^2 + 13x - 2) = (-1) \cdot (0) \Rightarrow 6x^2 - 13x + 2 = 0 \Rightarrow 6\left(x - \frac{1}{6}\right)(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{6}; x_2 = 2$.

Esercizio 6. $x = x + 3 \Rightarrow 0x = 3 \Rightarrow$ equazione impossibile.

Esercizio 7. $(x - 3)(x - 2) + x = x^2 - 5 \Rightarrow -4x = -11 \Rightarrow x = \frac{11}{4}$.

Esercizio 8. $\frac{x - 1}{2} = \frac{2 - 3x}{3} \Rightarrow 6 \cdot \left(\frac{x - 1}{2}\right) = 6 \cdot \left(\frac{2 - 3x}{3}\right) \Rightarrow 9x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{9}$.

Esercizio 9. $4x + 5 - \frac{1}{2}x = 5 + \frac{7}{2}x \Rightarrow 0x = 0 \Rightarrow$ equazione indeterminata.

Esercizio 10. $2x - 1 = \frac{x - 1}{2} + 3 \Rightarrow \frac{3}{2}x = \frac{7}{2} \Rightarrow x = \frac{7}{3}$.

Esercizio 11. $\frac{x - 2}{3} - 1 = x \Rightarrow 3 \cdot \left(\frac{x - 2}{3} - 1\right) = 3x \Rightarrow -2x = 5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$.

Esercizio 12. $-\frac{1 - 2x}{2} = \frac{4 + x}{2} - 3 \Rightarrow 2 \cdot \left(-\frac{1 - 2x}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{4 + x}{2} - 3\right) \Rightarrow x = -1$.

Esercizio 13. $x^2 = 9 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = -3; x_2 = 3$.

Esercizio 14. $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 3$.

Esercizio 15. $x^2 + 1 = x^2 + x - \frac{4}{3} \Rightarrow -x = -\frac{7}{3} \Rightarrow x = \frac{7}{3}$.

Esercizio 16. $-x^2 - x + 3 = -x - 1 \Rightarrow -x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = -2; x_2 = 2$.

Esercizio 17. $x^3 - 4x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4x + 3) = 0 \Rightarrow x(x - 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 1; x_3 = 3$.

Esercizio 18. $x^3 - 4x^2 - 11x = -30 \Rightarrow x^3 - 4x^2 - 11x + 30 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 5)(x + 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 5; x_3 = -3$.

Esercizio 19. $x^3 - 3x^2 = -(x - 3) \Rightarrow x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x = 3$ (si osservi che il binomio $x^2 + 1$ non ha radici).

Esercizio 20. $\frac{(x - 4)(x + 1)}{2} + 1 = -\frac{x + 2}{2} \Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{(x - 4)(x + 1)}{2} + 1\right) = 2 \cdot \left(-\frac{x + 2}{2}\right) \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 2$.

Esercizio 21. $\frac{x^2 - 7x + 10}{4} = x^2 - 4 \Rightarrow 4 \cdot \left(\frac{x^2 - 7x + 10}{4}\right) = 4 \cdot (x^2 - 4) \Rightarrow -3x^2 - 7x + 26 = 0 \Rightarrow -3\left(x + \frac{13}{3}\right)(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{13}{3}; x_2 = 2$.

Liceo "I. Falchi" Montopoli in Val d'Arno

Verifica 1i - 26 maggio 2010 - Prof. Francesco Daddi

Nome e Cognome _____

1) Scomporre il polinomio $x^2 y^4 - 6 x y^2 + 9 - 49 x^2 + 28 x y - 4 y^2$.

2) Scomporre il polinomio $5 x^2 - 15 x - 200$.

3) Scomporre il polinomio $x^{12} - 5 x^6 + 4$.

4) Scomporre il polinomio $x^3 + 5 x^2 + 2 x - 8$.

5) Scomporre il polinomio $x^3 - 7 x^2 + 7 x + 15$.

6) Calcolare il polinomio quoziente e il polinomio resto della divisione seguente:

$$(2 x^4 - x^2 + x) : (x^2 - 3 x + 2) .$$

7) Calcolare il resto della divisione seguente:

$$(x^{54} - 34 x^{21} + 20 x^{14} - 2 x^8 + 5 x^3 - 2) : (x + 1) .$$

8) Risolvere la seguente equazione: $(x - 1)^2 - (x + 3)^2 = x - 1$.

9) Risolvere la seguente equazione: $\frac{x-2}{2} - \frac{1-(x-2)^2}{4} = 1 - \frac{3x-x^2}{4}$.

10) Risolvere la seguente equazione:

$$\frac{(x+1)^3}{3} - \frac{x-6}{6} + (x-2)(x+1) = \frac{-x^3+2}{6} - \frac{-6x^3-10}{12} + 2(x-1)^2 .$$

Liceo "I. Falchi" Montopoli in Val d'Arno
Soluzione verifica 1i - 26 maggio 2010 - Prof. Francesco Daddi

1) Scomporre il polinomio $x^2 y^4 - 6x y^2 + 9 - 49x^2 + 28xy - 4y^2$.

Soluzione. Si tratta di una differenza di due quadrati:

$$(xy^2 - 3)^2 - (7x - 2y)^2 = (xy^2 - 3 + 7x - 2y)(xy^2 - 3 - 7x + 2y)$$

2) Scomporre il polinomio $5x^2 - 15x - 200$.

Soluzione. Mettiamo in evidenza 5, ottenendo $5x^2 - 15x - 200 = 5(x^2 - 3x - 40)$; a questo punto basta scomporre il polinomio tra parentesi con la regola della somma e del prodotto: possiamo quindi scrivere $5x^2 - 15x - 200 = 5(x+5)(x-8)$.

3) Scomporre il polinomio $x^{12} - 5x^6 + 4$.

Soluzione. Ponendo $x^6 = t$ il polinomio può essere scritto così: $t^2 - 5t + 4$; scomponendo il polinomio di secondo grado con la regola della somma e del prodotto si arriva alla scomposizione $x^{12} - 5x^6 + 4 = (x^6 - 4)(x^6 - 1)$.

Continuando a scomporre troviamo:

$$x^{12} - 5x^6 + 4 = (x-1)(x+1)(x^3-2)(x^3+2)(x^2+x+1)(x^2-x+1) .$$

4) Scomporre il polinomio $x^3 + 5x^2 + 2x - 8$.

Soluzione. Si osserva che una radice del polinomio è $x=1$; dividendo il polinomio di terzo grado per il binomio $(x-1)$ troviamo come quoziente $x^2 + 6x + 8$; scomponendo il polinomio quoziente con la regola della somma e del prodotto si trova $x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = (x-1)(x+2)(x+4)$.

5) Scomporre il polinomio $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$.

Soluzione. Si osserva che una radice del polinomio è $x=-1$; dividendo il polinomio di terzo grado per il binomio $(x+1)$ troviamo come quoziente $x^2 - 8x + 15$; scomponendo ora il polinomio quoziente con la regola della somma e del prodotto si trova la fattorizzazione del polinomio di partenza: $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 = (x+1)(x-3)(x-5)$.

6) Calcolare il quoziente e il resto della divisione seguente: $(2x^4 - x^2 + x) : (x^2 - 3x + 2)$.

Soluzione. Svolgendo i calcoli troviamo: $Q(x) = 2x^2 + 6x + 13$; $R(x) = 28x - 26$.

E' possibile fare la verifica: $(x^2 - 3x + 2) \cdot (2x^2 + 6x + 13) + 28x - 26 = 2x^4 - x^2 + x$.

7) Calcolare il resto della divisione seguente: $(x^{54}-34x^{21}+20x^{14}-2x^8+5x^3-2):(x+1)$.

Soluzione. Basta applicare il teorema del resto:

$$p(-1)=(-1)^{54}-34\cdot(-1)^{21}+20\cdot(-1)^{14}-2\cdot(-1)^8+5\cdot(-1)^3-2=1+34+20-2-5-2=46$$

8) Risolvere la seguente equazione: $(x-1)^2-(x+3)^2=x-1$.

Soluzione. Svolgiamo i calcoli algebrici:

$$x^2-2x+1-(x^2+6x+9)=x-1 \rightarrow x^2-2x+1-x^2-6x-9=x-1$$

$$-8x-8=x-1 \rightarrow -9x=7 \rightarrow x=-\frac{7}{9}$$

9) Risolvere la seguente equazione: $\frac{x-2}{2}-\frac{1-(x-2)^2}{4}=1-\frac{3x-x^2}{4}$.

Soluzione. Svolgendo i calcoli troviamo:

$$\frac{2(x-2)-[1-(x-2)^2]}{4}=\frac{4-(3x-x^2)}{4}$$

$$2x-4-[1-(x^2+4-4x)]=4-3x+x^2 \rightarrow 2x-4-[1-x^2-4+4x]=4-3x+x^2$$

$$2x-4-[-x^2-3+4x]=4-3x+x^2 \rightarrow 2x-4+x^2+3-4x=4-3x+x^2$$

$$x=5$$

10) Risolvere la seguente equazione:

$$\frac{(x+1)^3}{3}-\frac{x-6}{6}+(x-2)(x+1)=\frac{-x^3+2}{6}-\frac{-6x^3-10}{12}+2(x-1)^2$$

Soluzione. Svolgendo i calcoli troviamo:

$$\frac{4(x+1)^3-2(x-6)+12(x-2)(x+1)}{12}=\frac{2(-x^3+2)-(-6x^3-10)+12\cdot 2(x-1)^2}{12}$$

$$4(x+1)^3-2(x-6)+12(x-2)(x+1)=2(-x^3+2)-(-6x^3-10)+12\cdot 2(x-1)^2$$

$$4(x^3+3x^2+3x+1)-2x+12+12(x^2+x-2x-2)=-2x^3+4+6x^3+10+24(x^2+1-2x)$$

$$4x^3+12x^2+12x+4-2x+12+12x^2+12x-24x-24=-2x^3+4+6x^3+10+24x^2+24-48x$$

$$-2x-12=34-48x$$

$$46x=46 \rightarrow x=1$$

Esercizi sulle equazioni di primo grado - maggio 2010 - F. Daddi

Esercizio 1. $(x+2)(x-3)+x=4-(1-x)(3-x)+2(x+1)^2$

R. $\frac{-9}{8}$

Esercizio 2. $(x+1)^3-x^3+3x=3(x-2)(x+2)-x+6$

R. -1

Esercizio 3. $(2-x)^2-2(x+1)(x-4)=x^2-(2-2x)(3-x)$

R. 3

Esercizio 4. $(x+1)^2=2(x+1)^2-(4-x)(3-x)$

R. $\frac{11}{9}$

Esercizio 5. $(2x-3)^2+4(x+2)(4-x)=0$

R. $\frac{41}{4}$

Esercizio 6. $(1-x)^3+x^3-6x=3(x-1)^2$

R. $\frac{-2}{3}$

Esercizio 7. $(x-2)^4+3x-6=x^2(x^2-4)+28x^2-42x-8x^3$

R. $\frac{-10}{13}$

Esercizio 8. $\frac{11x}{12}+\frac{5}{12}=x-2$

R. 29

Esercizio 9. $\frac{2(x-1)^2}{3}+(x+2)^2=\frac{5x(x-2)}{3}+4x+1$

R. $\frac{-11}{6}$

Esercizio 10. $(x+1)(x-1)-(x+1)(x-4)=(x-2)^2-(x+1)^2$

R. 0

Esercizio 11. $(x^2-3x+4)^2-x^3(x+1)=x+1+7(x+2)(1-x^2)-31x(1-x)$

R. 1

Esercizio 12. $(x-3x^2)^3+x+4=x^2(x-9x^2)+9x^2(3x^3-3x^4)$

R. -4

Esercizi sulle equazioni di primo grado

$$3x + 6 = x + 2 \quad \text{R. } -2$$

$$(x - 1)(9x - 2) = (1 - 3x)^2 \quad \text{R. } \frac{1}{5}$$

$$\frac{(x + 2)(3 - 2x)}{2} = -x^2 \quad \text{R. } 6$$

$$\frac{(x - 2)(3 - x)}{3} + \frac{(4 - x)^2}{4} = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{7}{2}x \quad \text{R. } \frac{12}{23}$$

$$(x - 2)(5 - 3x)(x - 3) = -3x^3 + 20x^2 - 44x \quad \text{R. } -30$$

$$(2x - 1)^3 - 16x = (4x - 8)(2x^2 + x) \quad \text{R. } -\frac{1}{2}$$

$$(x + 1)^4 - x^4 = 4x^3 - (2x - 1)(2 - 3x) \quad \text{R. } \frac{1}{11}$$

$$(x + 3)(x + 5)(x - 2) - 6x^2 = x^3 - 2x - 33 \quad \text{R. } -3$$

$$(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = (x^2 - 4)(x + 1) - x^2 + 7 \quad \text{R. } \frac{11}{4}$$

$$(x - 3)^2 - (5 - 3x)^2 = (9 - 4x)(2x + 1) \quad \text{R. } \frac{5}{2}$$

$$(3x + 1)^3 + (2 + 2x)^3 - (7x^2 + 2)(5x - 1) = (29x + 1)(2x - 2) - 66 \quad \text{R. } -1$$

$$(x^2 - x + 3)^2 - (3x - 2)(5 + 4x) - (x^2 - 3)^2 + x^3 = 3x + 1 + x^2 - x^3 \quad \text{R. } \frac{9}{16}$$

$$(x^2 - 9)^2 (x - 2)^2 - 9x^2 = 2 - 325x + x^6 - 4x^5 - 14x^4 + 72x^3 \quad \text{R. } -322$$

$$\frac{(x - 3)(x + 2)}{5} - \frac{(x - 1)^2}{15} = \frac{(3x - 1)^2}{10} - \frac{23x^2}{30} \quad \text{R. } \frac{41}{16}$$

$$\frac{x}{7} + \frac{2}{7} + \frac{(x - 3)^2}{14} - \frac{(3 - x)(x + 1)}{21} = 3 + 2x + \frac{5}{42}x^2 \quad \text{R. } \frac{-93}{100}$$

$$(x + 1)^2 - \frac{1}{2} = (2 - x)(7 - x) - \frac{5}{6} + 4x \quad \text{R. } \frac{38}{21}$$

$$\frac{(2x - 1)^3}{3} = \frac{(x - 1)(x + 3)}{7} + \frac{8x^3}{3} - \frac{29x^2}{7} \quad \text{R. } -\frac{1}{18}$$

$$\frac{(5 + 4x)^2}{6} - \frac{(2x + 1)(4x - 2)}{3} + \frac{x}{2} - \frac{5}{8} = 0 \quad \text{R. } -\frac{101}{172}$$

Verifica scritta del 5 novembre 2009

Esercizio 1. *Determinare due numeri pari consecutivi tali che la loro somma sia uguale a 242 .*

Esercizio 2. *Determinare tre numeri consecutivi tali che il triplo del minore sia uguale alla somma degli altri due.*

Esercizio 3. *Determinare quattro numeri consecutivi tali che la somma del doppio del primo più il triplo del secondo più il quadruplo del terzo sia uguale al maggiore moltiplicato per 7.*

Esercizio 4. *Trova due numeri sapendo che il doppio del primo è uguale al triplo del secondo e che la loro somma è uguale a 400.*

Esercizio 5. *Trovare le età di tre persone sapendo che assieme hanno 140 anni, la seconda ha 25 anni più della terza e la prima tra 15 anni avrà il doppio degli anni della terza.*

Esercizio 6. *Due recipienti contengono in tutto 360 palline. Se metto nel secondo recipiente i due undicesimi delle palline del primo recipiente i due recipienti hanno lo stesso numero di palline. Come erano distribuite le palline all'inizio?*

Soluzioni verifica scritta del 5 novembre 2009

Esercizio 1. *Determinare due numeri pari consecutivi tali che la loro somma sia uguale a 242 .*

Soluzione. Se indichiamo con x il numero minore il maggiore è $(x + 2)$: si osservi che sono **pari consecutivi**. L'equazione è, pertanto, la seguente: $x + (x + 2) = 242$ da cui $2x = 240$ e quindi $x = 120$. I due numeri che risolvono il problema sono 120 e 122.

Esercizio 2. *Determinare tre numeri consecutivi tali che il triplo del minore sia uguale alla somma degli altri due.*

Soluzione. Se indichiamo con x il minore, gli altri sono $(x + 1)$ e $(x + 2)$; il triplo del minore è $3x$, mentre la somma degli altri due è $(x + 1) + (x + 2)$; l'equazione da risolvere è $3x = (x + 1) + (x + 2)$ da cui $x = 3$. I tre numeri che risolvono il problema sono 3, 4, 5.

Esercizio 3. *Determinare quattro numeri consecutivi tali che la somma del doppio del primo più il triplo del secondo più il quadruplo del terzo sia uguale al maggiore moltiplicato per 7.*

Soluzione. Indicato con x il numero minore, l'equazione del problema è $2x + 3(x + 1) + 4(x + 2) = 7(x + 3)$ da cui $9x + 11 = 7x + 21$ e quindi $2x = 10 \Rightarrow x = 5$. I quattro numeri che risolvono il problema sono 5, 6, 7, 8.

Esercizio 4. *Trova due numeri sapendo che il doppio del primo è uguale al triplo del secondo e che la loro somma è uguale a 400.*

Soluzione. Indicato con x il numero maggiore, il minore è $\frac{2}{3}x$; la loro somma deve essere uguale a 400, quindi

$$x + \frac{2}{3}x = 400 \Rightarrow \frac{3x + 2x}{3} = \frac{1200}{3} \Rightarrow 5x = 1200 \Rightarrow x = 240 .$$

I due numeri che risolvono il problema sono 240 e $160 (= 400 - 240)$.

Esercizio 5. *Trovare le età di tre persone sapendo che assieme hanno 140 anni, la seconda ha 25 anni più della terza e la prima tra 15 anni avrà il doppio degli anni della terza.*

Soluzione. Indichiamo con x l'età della terza persona; la seconda persona ha $(x + 25)$ anni; dal momento che la somma delle tre età è uguale a 140 anni, la prima persona ha $140 - [x + (x + 25)] = 115 - 2x$ anni. Tra 15 anni la prima persona avrà $[(115 - 2x) + 15]$ anni mentre la terza persona avrà $(x + 15)$ anni; traducendo in equazione l'ultima informazione del testo abbiamo:

$$(115 - 2x) + 15 = 2 \cdot (x + 15) \Rightarrow -4x = -100 \Rightarrow x = 25 ;$$

la terza persona ha 25 anni, la seconda persona ha $50 (= 25 + 25)$ anni ed infine la prima persona ha $65 (= 115 - 2 \cdot 25)$ anni.

Esercizio 6. *Due recipienti contengono in tutto 360 palline. Se metto nel secondo recipiente i due undicesimi delle palline del primo recipiente i due recipienti hanno lo stesso numero di palline. Come erano distribuite le palline all'inizio?*

Soluzione. Indichiamo con x la quantità iniziale di palline del primo recipiente; nel secondo recipiente erano presenti, chiaramente, $(360 - x)$ palline. Dopo aver tolto i $\frac{2}{11}$ delle palline dal primo recipiente, in quest'ultimo restano $(x - \frac{2}{11}x)$ palline; nel secondo recipiente, invece, alla fine ce ne sono $(360 - x + \frac{2}{11}x)$; uguagliando il numero finale di palline nei due recipienti si ottiene l'equazione da risolvere:

$$x - \frac{2}{11}x = 360 - x + \frac{2}{11}x \Rightarrow \frac{11x - 2x}{11} = \frac{3960 - 11x + 2x}{11} \Rightarrow x = 220 .$$

All'inizio le palline presenti nel primo recipiente erano 220 mentre nel secondo ve ne erano $140 (= 360 - 220)$.

Esercizi sui problemi di primo grado

Esercizio 1. *Determinare due numeri sapendo che la loro somma è 38 e la loro differenza è 12. [R. 25; 13]*

Esercizio 2. *Determinare due numeri consecutivi tali che la loro somma sia 87. [R. 43; 44]*

Esercizio 3. *Determinare tre numeri pari consecutivi tali che il quadruplo del maggiore sia uguale alla somma del triplo del minore con il doppio del medio. [R. 12; 14; 16]*

Esercizio 4. *Determinare quattro numeri dispari consecutivi tali che la loro somma sia 448. [R. 109; 111; 113; 115]*

Esercizio 5. *Determinare due numeri tali che uno sia il triplo dell'altro e la loro somma sia uguale a 84. [R. 21; 63]*

Esercizio 6. *Determinare due numeri sapendo che la loro differenza è 30 e che il triplo del minore è uguale al doppio del maggiore. [R. 60; 90]*

Esercizio 7. *In una autorimessa vi sono automobili e motociclette. Determinare il numero di moto sapendo che complessivamente vi sono 56 mezzi e che le ruote in totale sono 200. [R. 12]*

Esercizio 8. *Un rubinetto impiega da solo 10 giorni a riempire una vasca; un altro rubinetto, sempre da solo, impiega invece 3 giorni a riempire la stessa vasca. Quanto tempo impiegheranno insieme per riempire la vasca? [R. 55 ore e 23 minuti (circa)]*

Esercizio 9. *In un supermercato si vendono le uova in due diverse confezioni, che ne contengono rispettivamente 10 e 12. In un giorno è stato venduto un numero di contenitori da 12 uova doppio di quelli da 10, per un totale di 646 uova. Quanti contenitori da 10 uova sono stati venduti? [R. 19]*

Verifica di Matematica - Classe 4^a D

28/05/2012

Nome e cognome _____

Parte A

Esercizio 1. Che cos'è un'equazione indeterminata? Spiega.

Esercizio 2. Che cos'è un'equazione impossibile? Spiega.

Esercizio 3. Enuncia i principi di equivalenza delle equazioni.

Parte B

I problemi che seguono devono essere risolti con le equazioni.

Esercizio 4. La somma di due numeri è 90 e la loro differenza è 52. Trovare i due numeri.

Esercizio 5. Trovare due numeri sapendo che la loro somma è 150 e che la differenza dei loro quadrati è 1500.

Esercizio 6. In una stalla vi sono dei fagiani e dei conigli che hanno in tutto 220 zampe e 100 teste. Quanti sono i fagiani e quanti i conigli?

Esercizio 7. Un padre ha 41 anni e il figlio ne ha 9. Fra quanti anni l'età del padre sarà tripla di quella del figlio?

Esercizio 8. In un'assemblea i $\frac{5}{8}$ dei presenti hanno dato voto favorevole alla presidenza, i $\frac{13}{40}$ voto contrario e 24 si sono astenuti. Quanti erano i presenti?

Punteggio esercizi:

(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	2	3	4	5	6	7	8

Esercizi di preparazione alla verifica del 15/12/09

Esercizio 1. Risolvi la seguente equazione:

$$\frac{x-2}{3} - \frac{1-2x}{4} = x \quad R. \quad x = -\frac{11}{2}.$$

Esercizio 2. Risolvi la seguente equazione:

$$\frac{x+4}{4} - \frac{3+4x}{5} = -\frac{3-x}{10} \quad R. \quad x = \frac{14}{13}.$$

Esercizio 3. Risolvi la seguente equazione:

$$\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{5x+2}{3} = \frac{x^2}{6} \quad R. \quad x_1 = 7 + 3\sqrt{6} ; \quad x_2 = 7 - 3\sqrt{6}.$$

Esercizio 4. Risolvi il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2y - 3 = x \\ \frac{x+1}{3} - y = 0 \end{cases} \quad R. \quad x = -7 ; \quad y = -2.$$

Esercizio 5. Risolvi il seguente sistema:

$$\begin{cases} x + \frac{x+3y}{2} = 3 - \frac{x-2y+1}{4} \\ 7x + 4y = 11 \end{cases} \quad R. \quad \text{sistema indeterminato (infinite soluzioni)}.$$

Esercizio 6. Sono assegnati i punti $A(6; 3)$, $B(4; 1)$, $C(0; -5)$. Determinare l'area S e il perimetro $2p$ del triangolo avente per vertici i punti medi del triangolo ABC .

$$R. \quad S = \frac{1}{2} ; \quad 2p = 5 + \sqrt{2} + \sqrt{13} \approx 10,02.$$

Esercizio 7. Disegna **nello stesso piano cartesiano** le due rette $r : y = \frac{1}{2}x - \frac{17}{2}$ e $s : y = -\frac{3}{4}x - \frac{9}{4}$. Individua il loro punto P di intersezione. $R. \quad P(5; -6)$.

Esercizi 2i - 14 dicembre 2009 - Prof. Francesco Daddi

Esercizio 1

$$(4 - \sqrt{3})^2$$
$$19 - 8\sqrt{3}$$

Esercizio 6

$$(1 + \sqrt{2})^6$$
$$99 + 70\sqrt{2}$$

Esercizio 2

$$(1 - 3\sqrt{2})^3$$
$$55 - 63\sqrt{2}$$

Esercizio 7

$$(x + 1)^2 - x = x^2 + \frac{4}{3}$$
$$\frac{1}{3}$$

Esercizio 3

$$(1 - 2\sqrt{2})^4$$
$$113 - 72\sqrt{2}$$

Esercizio 8

$$\frac{x}{4} - \frac{3}{4} + \frac{(x+1)^2}{2} = x^2 - \frac{(1-x)^2}{2}$$
$$-1$$

Esercizio 4

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$$
$$\sqrt{3} - \sqrt{6} - \sqrt{2} + 2$$

Esercizio 9

$$\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(x+1)^3}{2} = \frac{x^3}{2} + \frac{1}{4} + \frac{7(2-x)^2}{4}$$
$$\frac{9}{14}$$

Esercizio 5

$$(2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{5})$$
$$6 - 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{15} + 6\sqrt{2} - 4\sqrt{10}$$

Esercizio 10

$$(x - 2 - x^2)^2 = x^4 + 5(x-4)^2 - 2(x-1)^2 + 2x^2 - 2x^3$$
$$\frac{37}{16}$$

Esercizi sulle equazioni di primo grado

Esercizio 1. $\frac{x-2}{4} + \frac{2x-1}{2} + \frac{1}{2} = 0$ *R.* $x = \frac{2}{5}$.

Esercizio 2. $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{x-3}{4} = x^2 + \frac{4-3x^2}{4}$ *R.* $x = -6$.

Esercizio 3. $(x+1)^2 + x^2 + (x-1)^2 = 3x^2 - 5x + 12$ *R.* $x = 2$.

Esercizio 4. $\frac{4-2x}{5} + \frac{x-3}{10} + 1 = x - \frac{3x-4}{15}$ *R.* $x = \frac{37}{33}$.

Esercizio 5. $(x-1)^3 + (x+1)^2 = x^3 + \frac{4x^2-1}{4} + \frac{1}{4}x - 3x^2$ *R.* $x = -\frac{1}{19}$.

Esercizio 6. $\frac{x-2}{4} - \frac{x+1}{3} = 3 - \frac{3-2x}{6} + \frac{x}{12} + 1$ *R.* $x = -\frac{26}{3}$.

Esercizio 7. $\frac{x+1}{2} - x^2 = -(x-2)^2$ *R.* $x = \frac{9}{7}$.

Esercizio 8. $x + 3(x-1)(x+3) = 3(x-1)(x+1) - \frac{x}{2}$ *R.* $x = \frac{4}{5}$.

Esercizio 9. $\frac{x-(x-1)^2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} - \frac{(x-1)^2}{4} - 1$ *R.* impossibile.

Esercizio 10. $(x+3)^2 + x = x^2 + 7x + 9$ *R.* indeterminata.

Verifica scritta del 5 ottobre 2009

Svolgi le seguenti espressioni:

Esercizio 1. $x^2 + (x - y)^2 - (-x - y)^2$

Esercizio 2. $(2x + y - x)^2 + x^2$

Esercizio 3. $\frac{2}{3}(x + y)(x - y) - (x - y)^2$

Esercizio 4. $x^3 - \frac{1}{2}(x + 2y)^3 + 8y^3$

Risolvi le seguenti equazioni:

Esercizio 5. $x + \frac{1 - 2x}{2} = 1$

Esercizio 6. $-3x + \frac{x - 1}{3} = \frac{x}{6} - \frac{5}{2}$

Esercizio 7. $(x - 3)^2 + x^2 = -13x^2 - (-5x + 7)(3x - 2)$

Esercizio 8. $(1 - x)^3 - \frac{5}{2}x = -x^3 + 3x^2$

Esercizio 9. $\frac{-3x - 5}{3} + \frac{4}{9}x + x^2 = -5 \left(\frac{1}{9}x + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}x^2 \right)$

Esercizio 10. $\left(\frac{-4x + 3}{61} \right)^2 = \frac{(4x - 3)^2}{3721} + x - 5$

Esercizio 11. $\frac{x}{12}(3x + 2) = \left(-\frac{1}{2}x + 4 \right) \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}x \right)$

Esercizio 12. $\left(\frac{x + 1}{2} \right)^2 - \left(\frac{x - 1}{2} \right)^2 + \left(\frac{x + 1}{2} \right)^3 - \left(\frac{x - 1}{2} \right)^3 = \frac{1}{4}x \left(3x - \frac{5}{2} \right) + 1$

Soluzioni Verifica scritta 2I (5 ottobre 2009)

1> $x^2 + (x-y)^2 - (-x-y)^2 : \text{expand}(\%) ;$

$$x^2 - 4xy$$

2> $(2x+y-x)^2 + x^2 : \text{expand}(\%) ;$

$$2x^2 + 2xy + y^2$$

3> $\frac{2}{3}(x+y)(x-y) - (x-y)^2 : \text{expand}(\%) ;$

$$-\frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{3}y^2 + 2xy$$

4> $x^3 - \frac{1}{2}(x + 2y)^3 + 8y^3 : \text{expand}(\%) ;$

$$\frac{1}{2}x^3 - 3x^2y - 6xy^2 + 4y^3$$

5> $x + (1-2x)/2 = 1 : \text{solve}(\%) ;$

impossibile

6> $-3x + (x-1)/3 = x/6 - 5/2 : \text{solve}(\%, x) ;$

$$\frac{13}{17}$$

7> $(x-3)^2 + x^2 = -13x^2 - (-5x+7)(3x-2) : \text{solve}(\%, x) ;$

$$\frac{1}{5}$$

8> $(1-x)^3 - 5/2x = -x^3 + 3x^2 : \text{solve}(\%, x) ;$

$$\frac{2}{11}$$

9> $(-3x-5)/3 + 4/9x + x^2 = -5(1/9x + 1/3 - 1/5x^2) : \text{solve}(\%, x) ;$

indeterminata

10> $((-4x+3)/(61))^2 = (4x-3)^2/3721 + x-5 : \text{solve}(\%, x) ;$

$$5$$

11> $x/12(3x+2) = (-1/2x+4)(5/3 - 1/2x) : \text{solve}(\%) ;$

$$\frac{20}{9}$$

12> $((x+1)/2)^2 - ((x-1)/2)^2 + ((x+1)/2)^3 - ((x-1)/2)^3 = 1/4x(3x - 5/2) + 1 : \text{solve}(\%, x) ;$

$$\frac{6}{13}$$

Un colonnello voleva disporre il suo reggimento in forma di quadrato. In una prima prova avanzano 45 uomini, poi, mettendo un soldato in più per riga, mancavano 18 uomini per completare il quadrato. Quanti erano i soldati?

Soluzione:

Indichiamo con x il numero di soldati che formano il lato del quadrato del primo tentativo e con y il numero totale dei soldati.

Poiché al primo tentativo **avanzano 45 soldati**, abbiamo che il numero y di soldati è uguale a

$$y = x^2 + 45$$

al secondo tentativo **mancano 18 soldati**, e quindi il numero y di soldati è uguale a

$$y = (x + 1)^2 - 18$$

Uguagliando le due espressioni otteniamo:

$$x^2 + 45 = (x + 1)^2 - 18$$

da cui ricaviamo $x = 31$.

Il numero totale di soldati è quindi uguale a

$$y = 31^2 + 45 = 1006$$

Istituto Superiore "Carducci" Volterra - Sez. ISA

Verifica di Matematica - Classe 1A

Nome e Cognome _____ Data _____

Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita x :

1) $3x - 5 = 4x + 3$

2) $2x + 5 + x = -7x - 5$

3) $6x + 8 = -8x + 3$

4) $x = 5x + 3$

5) $5x + 8x - 7 + 9x = 6 - x + 3$

6) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3} = -x + \frac{3}{4} - 4$

7) $\frac{1}{2}x - 6 - \frac{7}{4}x = 5 - x + \frac{5}{4}$

8) $\frac{3}{4} + x = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{6}$

9) *Determinare un numero naturale sapendo che, se al suo doppio si aggiunge 7, si ottiene il suo triplo diminuito di 5.*

10) *Determinare un numero naturale la cui metà, aumentata di 30, sia uguale al quadruplo del numero stesso, diminuito di 110.*

11) *Gli anni di un figlio sono uguali a $\frac{1}{3}$ degli anni della mamma; sapendo che insieme hanno 44 anni, determinare le due età.*

12) *Un rubinetto A impiega 2 ore a riempire una vasca, mentre un altro rubinetto B ci impiega 3 ore.*

Se li apro contemporaneamente, quanto tempo impiegheranno a riempire la vasca? Come devo scegliere un terzo rubinetto per fare in modo che la vasca venga riempita esattamente in un'ora?