

Esercizi svolti sulle serie geometriche

Esercizio 2. *Calcolare la seguente somma*

$$s = \sum_{n=4}^{+\infty} \left(-\frac{2}{5}\right)^n .$$

Soluzione. La somma s può essere scritta nel modo seguente:

$$\begin{aligned} s &= \left(-\frac{2}{5}\right)^4 + \left(-\frac{2}{5}\right)^5 + \left(-\frac{2}{5}\right)^6 + \left(-\frac{2}{5}\right)^7 + \dots = \\ &= \left(-\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left[1 + \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\right)^3 + \dots\right] \end{aligned}$$

la somma dentro la parentesi quadra è

$$1 + \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2}{5}\right)^3 + \dots = \frac{1}{1 - \left(-\frac{2}{5}\right)} = \frac{5}{7}$$

quindi la somma s è

$$s = \sum_{n=4}^{+\infty} \left(-\frac{2}{5}\right)^n = \left(-\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \frac{5}{7} = \frac{16}{875} \approx 0,0182857143 .$$