

Soluzione verifica di Matematica 2^a A
3 marzo 2011

Esercizio 1. Risolvere l'equazione $x^2 + x - 2 = 0$

Soluzione.

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 > 0 \quad (2 \text{ soluzioni})$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \searrow x_2 = \frac{-1 - 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2. \end{cases}$$

Esercizio 2. Risolvere l'equazione $x^2 - 4x + 3 = 0$

Soluzione.

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 > 0 \quad (2 \text{ soluzioni})$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 2}{2} \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{4 + 2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1. \end{cases}$$

Esercizio 3. Risolvere l'equazione $-2x^2 + x + 1 = 0$

Soluzione.

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1 = 1 + 8 = 9 > 0 \quad (2 \text{ soluzioni})$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-1 \pm 3}{-4} \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{-1 + 3}{-4} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \\ \searrow x_2 = \frac{-1 - 3}{-4} = \frac{-4}{-4} = 1. \end{cases}$$

Esercizio 4. Risolvere l'equazione $4x^2 + 32x = 0$

Soluzione. Si tratta di un'equazione spuria; dividiamo tutto per 4:

$$x^2 + 8x = 0;$$

mettiamo in evidenza una x :

$$x(x + 8) = 0 \begin{cases} \nearrow x_1 = 0 \\ \searrow x_2 = -8. \end{cases}$$

Esercizio 5. Risolvere l'equazione $x^2 - 6 = x$

Soluzione.

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -6 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25 > 0 \quad (2 \text{ soluzioni})$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 5}{2} \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2. \end{cases}$$

Esercizio 6. Risolvere l'equazione $2000x^2 - 5000x = -3000$

Soluzione. Dividiamo tutto per 1000:

$$2x^2 - 5x = -3 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1 > 0 \quad (2 \text{ soluzioni})$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 1}{4} \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{5+1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ \searrow x_2 = \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1. \end{cases}$$

Esercizio 7. Risolvere l'equazione $(x+1)2 - (4-2x) = x^2 + 3$

Soluzione.

$$2x + 2 - 4 + 2x = x^2 + 3 \Rightarrow -x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = -5 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = 16 - 20 = -4 < 0 \Rightarrow \text{nessuna soluzione.}$$

Esercizio 8. Risolvere l'equazione $(2x+1)^2 + (x+2)(x+1) = x+2$

Soluzione.

$$4x^2 + 4x + 1 + x^2 + x + 2x + 2 = x + 2 \Rightarrow 5x^2 + 6x + 1 = 0$$

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 6 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (6)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 36 - 20 = 16 > 0 \quad (2 \text{ soluzioni})$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 5} = \frac{-6 \pm 4}{10} \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{-6+4}{10} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5} \\ \searrow x_2 = \frac{-6-4}{10} = \frac{-10}{10} = -1. \end{cases}$$

Esercizio 9. Risolvere l'equazione $x(x^2 - 3x) + 2 = x^3$

Soluzione.

$$x^3 - 3x^2 + 2 = x^3 \Rightarrow -3x^2 + 2 = 0;$$

si tratta di un'equazione pura; si ha

$$-3x^2 = -2 \Rightarrow x^2 = \frac{2}{3} \begin{cases} \nearrow x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \\ \searrow x_2 = -\sqrt{\frac{2}{3}}. \end{cases}$$

Esercizio 10. Risolvere l'equazione $2 - 3x(4-x) = x^2 - 16$

Soluzione.

$$2 - 12x + 3x^2 = x^2 - 16 \Rightarrow 2x^2 - 12x + 18 = 0;$$

dividiamo tutto per 2:

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 9 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0 \quad (2 \text{ soluzioni coincidenti})$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 0}{2} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} x_1 = \frac{6+0}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{6-0}{2} = \frac{6}{2} = 3. \end{array}$$

D'altra parte possiamo osservare che $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$, per cui le due soluzioni coincidenti sono $x_1 = x_2 = 3$.

Esercizio 11. Risolvere l'equazione $\frac{x+1}{2} - \frac{x^2-1}{3} = 0$

Soluzione.

$$\frac{3(x+1) - 2(x^2-1)}{6} = \frac{0}{6} \Rightarrow \frac{3x+3-2x^2+2}{6} = \frac{0}{6} \Rightarrow -2x^2 + 3x + 5 = 0$$

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (3)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 5 = 9 + 40 = 49 \quad (2 \text{ soluzioni})$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-3 \pm 7}{-4} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} x_1 = \frac{-3+7}{-4} = \frac{4}{-4} = -1 \\ x_2 = \frac{-3-7}{-4} = \frac{-10}{-4} = \frac{5}{2}. \end{array}$$

Esercizio 12. Risolvere l'equazione $(x+1)^3 + \frac{(x-1)(2-x)}{2} = (x^2-1)x$

Soluzione.

$$\begin{aligned} \cancel{x^3} + 3x^2 + 3x + 1 + \frac{2x - x^2 - 2 + x}{2} &= \cancel{x^3} - x \Rightarrow \\ 3x^2 + 4x + 1 + \frac{3x - x^2 - 2}{2} &= 0 \Rightarrow \\ \frac{2(3x^2 + 4x + 1) + 3x - x^2 - 2}{2} &= \frac{0}{2} \Rightarrow \\ \frac{6x^2 + 8x + 2 + 3x - x^2 - 2}{2} &= \frac{0}{2} \Rightarrow 5x^2 + 11x = 0 \end{aligned}$$

Si tratta di un'equazione spuria; mettiamo in evidenza una x :

$$x(5x + 11) = 0 \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{11}{5}. \end{array}$$

Esercizio 13. Risolvere l'equazione $\frac{(2x-1)^2}{3} - \frac{(x-2)(1-2x)}{6} = (1-2x)^2$

Soluzione.

$$\frac{2(2x-1)^2 - (x-2)(1-2x)}{6} = \frac{6(1-2x)^2}{6} \Rightarrow$$

$$\frac{2(4x^2 - 4x + 1) - (x - 2x^2 - 2 + 4x)}{6} = \frac{6(1 - 4x + 4x^2)}{6} \Rightarrow$$

$$8x^2 - 8x + 2 - x + 2x^2 + 2 - 4x = 6 - 24x + 24x^2 \Rightarrow -14x^2 + 11x - 2 = 0$$

$$\begin{cases} a = -14 \\ b = 11 \\ c = -2 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (11)^2 - 4 \cdot (-14) \cdot (-2) = 121 - 112 = 9 \quad (2 \text{ soluzioni})$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-11 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot (-14)} = \frac{-11 \pm 3}{-28}$$

$$\begin{aligned} & \nearrow x_1 = \frac{-11 + 3}{-28} = \frac{-8}{-28} = \frac{2}{7} \\ & \searrow x_2 = \frac{-11 - 3}{-28} = \frac{-14}{-28} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Esercizio 14. Risolvere l'equazione $(x - 123456789)^2 = 9$

Soluzione. Poniamoci questa domanda: quali sono i numeri che, elevati al quadrato, danno come risultato 9? Sono ± 3 , per cui

$$x - 123456789 = \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow -3 \end{matrix};$$

risolvendo le due equazioni di primo grado si ottengono le due soluzioni:

$$x_1 = 123456792 \quad ; \quad x_2 = 123456786 .$$