Liceo Classico "Galilei" Pisa - Prof. Francesco Daddi

Soluzioni verifica di Matematica - Classe 2^aA - 7/11/2011 (assenti del 28/10/2011)

Esercizio 1. *Determinare l'equazione della circonferenza avente centro in $C(2,-6)$ e passante per $P(-7,-1)$.*
<u>**Soluzione.**</u> Il raggio è pari a $\overline{CP}=\sqrt{106}$; la circonferenza ha equazione $(x-2)^2+(y+6)^2=106$.

Esercizio 2. *Determinare l'equazione della circonferenza passante per i punti $A(2,0)$, $B(-2,4)$ ed avente il centro sulla retta $r: x+y+2=0$.*
<u>**Soluzione.**</u> Il centro della circonferenza appartiene all'asse del segmento AB $(x-y+2=0)$ e alla retta r; intersecando le due rette si trova $C(-2,0)$, il raggio è $\overline{CA}=4$, quindi la circonferenza ha equazione $(x+2)^2+y^2=16$.

Esercizio 3. *Determinare le equazioni delle circonferenze tangenti all'asse delle y nel punto di ordinata 4 ed aventi raggio pari a 5.*
<u>**Soluzione.**</u> I centri delle circonferenze sono $C_1(5,4)$, $C_2(-5,4)$, quindi le circonferenze sono $(x-5)^2+(y-4)^2=25$, $(x+5)^2+(y-4)^2=25$.

Esercizio 4. *Determinare le coordinate dei punti di intersezione della retta $r: x-y-2=0$ con la circonferenza $x^2+y^2-2x-6y-6=0$.*
<u>**Soluzione.**</u> Basta risolvere il sistema per sostituzione, ad esempio ponendo $y=x-2$. Si trovano i punti $A(1,-1)$, $B(5,3)$.

Esercizio 5. *Determinare le equazioni delle rette tangenti condotte dal punto $P(7,0)$ alla circonferenza $x^2+y^2-2x-4y-15=0$.*
<u>**Soluzione.**</u> La circonferenza ha centro in $C(1,2)$ e raggio $\sqrt{20}$; la retta generica per P ha equazione $t: mx-y-7m=0$, quindi $d(C,t)=\text{raggio} \Rightarrow \dfrac{|m-2-7m|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{20}$, da cui $m_1=-2$, $m_2=\dfrac{1}{2}$. Le rette tangenti, pertanto, hanno le seguenti equazioni cartesiane: $y=-2x+14$, $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{7}{2}$.

Esercizio 6. *Facendo riferimento all'esercizio precedente, si determini l'area del triangolo ABP, dove A e B sono i punti di tangenza.*
<u>**Soluzione.**</u> I punti di tangenza sono $A(5,4)$ e $B(3,-2)$; dato che le rette tangenti sono perpendicolari, il triangolo ABP è rettangolo (e isoscele, dato che $\overline{AP}=\overline{BP}$); la sua area è $S=\dfrac{\overline{AP}\cdot\overline{BP}}{2}=\dfrac{\overline{AP}^2}{2}=10$.

Esercizio 7. *Determinare le equazioni delle circonferenze tangenti agli assi coordinati ed aventi il centro sulla retta $r: x+5y-12=0$.*
<u>**Soluzione.**</u> I centri delle circonferenze si trovano sulle bisettrici degli assi $(y=\pm x)$ e sulla retta r; si trovano $C_1(-3,3)$ e $C_2(2,2)$. I rispettivi raggi sono 3 e 2, quindi le circonferenze sono $(x+3)^2+(y-3)^2=9$, $(x-2)^2+(y-2)^2=4$.

Esercizio 8. *Determinare le equazioni delle circonferenze passanti per $A(1,0)$, $B(0,1)$ ed aventi raggio pari a $\sqrt{5}$.*
<u>**Soluzione.**</u> I centri si trovano sull'asse del segmento AB, di equazione $y=x$; il generico centro, pertanto, è $C(t,t)$. Imponendo ora che $\overline{CA}=\sqrt{5}$, si ricavano i valori $t_1=2$ e $t_2=-1$, quindi le circonferenze cercate sono $(x-2)^2+(y-2)^2=5$, $(x+1)^2+(y+1)^2=5$.

Esercizio 9. *Determinare l'equazione della circonferenza di centro $C(1,-1)$ tale che la corda staccata sulla retta $r: x+y-3=0$ abbia lunghezza $3\sqrt{2}$.*
<u>**Soluzione.**</u> Il centro C ha distanza dalla retta r pari a $d=\dfrac{|1-1-3|}{\sqrt{2}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$, quindi

$$\text{raggio}=\sqrt{d^2+\left(\frac{\text{lungh. corda}}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{9}{2}+\frac{9}{2}}=3\,.$$

L'equazione della circonferenza, pertanto, è $(x-1)^2+(y+1)^2=9$.

Esercizio 10. *Facendo riferimento alla figura seguente, si determini la circonferenza inscritta nel triangolo ABC.*
<u>**Soluzione.**</u> L'esercizio chiede, praticamente, di determinare le coordinate dell'incentro del triangolo assegnato.
Il centro si trova sulla retta $y=x$ (bisettrice dell'angolo in O) e sulla retta $y=-3x+4$ (bisettrice dell'angolo in A): si trova $C(1,1)$; il raggio è pari a 1, ovvero pari alla distanza di C dall'asse x (o dall'asse y).
In definitiva l'equazione cartesiana della circonferenza inscritta è $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Anche se non richesto dal testo dell'esercizio, scriviamo le equazioni delle circonferenze ex-inscritte:
$(x-2)^2+(y+2)^2=4$,
$(x-6)^2+(y-6)^2=36$,
$(x+3)^2+(y-3)^2=9$.