Istituto Superiore "XXV aprile" Pontedera - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

4^aC Liceo Scientifico - 20/01/2014

Nome e cognome ____

PARTE PRIMA: ESERCIZI

Punteggio di partenza: 1,0/10. Ogni esercizio vale $1,8/10$.

Lo studente deve svolgere **tre** esercizi tra i primi cinque, il numero 6 e **uno** tra i rimanenti.

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni dell'equazione $z^6 = 64$.

Esercizio 2. Si risolva il sistema $\begin{cases} |z-2-2i| = 2 \\ |z-4-i| = |z-3-2i|. \end{cases}$

Esercizio 3. Si fattorizzi il polinomio $z^3 - 3z^2 + z + 5$ in fattori irriducibili in $\mathbb{C}$.

Esercizio 4. Si determini il valore del parametro reale k in modo che l'equazione $z^2 + (3+ki)z = 8-9i$ abbia, tra le sue soluzioni, il numero complesso $2-i$.
Una volta sostituito il valore di k nell'equazione, si determini l'altra soluzione dell'equazione ***senza calcolare il*** Δ.

Esercizio 5. Pierino, dopo vari anni di tentativi poco fruttuosi, si sta finalmente appassionando alla matematica; purtroppo oggi ha perso il foglio sul quale aveva scritto gli appunti della lezione.
Appena arrivato a casa, prova a ricostruire un esercizio svolto dal professore; si ricorda che si trattava di determinare le soluzioni di un'equazione della forma $2z^3 + \ldots z^2 + \ldots z + \ldots = 0$, dove al posto dei puntini ci sono dei numeri reali. Pierino ricorda anche che, tra le soluzioni dell'equazione, ci sono -2 e $-1+4i$.
Si dica qual è l'equazione che il professore ha scritto alla lavagna.

Esercizio 6. (Obbligatorio) Si risolva l'equazione $\dfrac{2z-2i}{z^2+1} = \dfrac{i}{z^2}$.

Esercizio 7. Si risolva l'equazione $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{i}{\sqrt{2}}\right)^{72} z^2 - 2\overline{z} + 3 = 0$.

Esercizio 8. Si risolva l'equazione $z^4 + \dfrac{8-16i}{1-i} z^2 + 27 - 36i = 0$.

Esercizio 9. Si risolva l'equazione $\left(-\dfrac{25}{8} - z - z^2\right)^2 = (z^2-1)^2$.

Esercizio 10. Si risolva l'equazione $z^4 = -27|z|$.

PARTE SECONDA: TEORIA

Esercizio 11. Si spieghi come si risolve un triangolo di cui si conoscono due lati e un angolo non compreso fra di essi, elencando i casi che si possono presentare.

Esercizio 12. Si spieghi come si riesce a trasformare la conica $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ in una conica priva del termine rettangolare. Qual è la condizione sui coefficienti che si deve avere perché sia una conica di tipo ellittico?

Esercizio 13. Si faccia una classificazione delle isometrie, mettendo in evidenza le tecniche algebriche che permettono di identificarle.

Esercizio 14. Si dimostri che esiste un'omotetia di centro l'origine delle coordinate che trasforma la parabola $y = x^2$ nella parabola $y = ax^2$.
