Istituto Superiore "XXV aprile" Pontedera - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

5^aE Liceo Scientifico - 12/12/2013

Nome e cognome _____

Punteggio di partenza: $1,5/10$. Lo studente deve svolgere il problema e **quattro** quesiti tra quelli proposti.
Il problema vale $3,0$ punti, mentre ogni quesito vale $1,4$ punti.

Problema. Si studi in modo dettagliato la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3\,x + 2}{\sqrt{x^2+1}}$$

tracciandone un grafico accurato.

Quesito 1. Data la parabola di equazione $y = x^2 + 2\,x + 1$, si scriva l'equazione della retta che, nella regione finita di piano limitata dalla stessa parabola e dagli assi cartesiani, sia tangente alla curva e formi con gli assi stessi il triangolo di area massima.

Quesito 2. Tra i cilindri inscritti in una sfera di raggio R, determinare quello avente superficie laterale massima.

Quesito 3. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(3\,x) - 1}{x \cdot \ln(2\,x+1)}\,.$$

Quesito 4. Data la curva $\gamma : y = x^3 - 3\,x^2 + 2\,x - 1$ si dimostri che essa ha un unico punto di flesso F, di cui si chiedono le coordinate. Si scriva poi l'equazione della curva γ' simmetrica di γ rispetto alla retta r passante per il punto F e parallela all'asse delle x.

Quesito 5. Si consideri la parabola di equazione cartesiana $y = -x^2 + 2\,x$. Si determini il punto P del suo arco contenuto nel primo quadrante in modo che il cono generato dalla rotazione attorno all'asse x del segmento OP abbia volume massimo.

Quesito 6. Si determinino i coefficienti λ e μ in modo che si possa applicare il teorema di Rolle alla funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \lambda\,x & \text{se } x < 0 \\ \mu\,x^3 + 2\,x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \qquad \text{sull'intervallo } [-1, 1]\,.$$

Si determini infine il punto (o i punti) la cui esistenza è assicurata dal teorema suddetto.

Quesito 7. Dopo aver scritto l'equazione del fascio di parabole con asse parallelo all'asse y e passanti per i punti $A(1,1)$ e $B(-1,-1)$, si determini l'equazione del luogo geometrico descritto dai loro vertici, individuandone gli asintoti.

Punteggio esercizi:

(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

Pro	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Voto