Istituto Superiore "XXV aprile" Pontedera - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

5^aE Liceo Scientifico - assenti del 12/12/2013

Nome e cognome _____

Punteggio di partenza: $1,5/10$. Lo studente deve svolgere il problema e **quattro** quesiti tra quelli proposti.
Il problema vale $3,0$ punti, mentre ogni quesito vale $1,4$ punti.

Problema. Si studi in modo dettagliato la funzione

$$f(x) = \left(\frac{x}{3} + 2\right) e^{\frac{1}{x}}$$

tracciandone un grafico accurato.

Quesito 1. La capacità di una lattina cilindrica è uguale a 33 cl ($= 330$ cm^3).
Quali sono le dimensioni che rendono minima la sua superficie totale (e quindi il costo di produzione)?

Quesito 2. Si determini il rettangolo di massima area inscritto nella parte di piano limitata dalla parabola $y = -x^2 + 4\,x$ e dall'asse x.

Quesito 3. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 \cdot (1 - e^{3\,x})}{(\sin x)^3}\,.$$

Quesito 4. Si consideri la funzione $f(x) = -4\,x^5 - 43\,x^4 + x^3 + 2\,x - 6$. Si dimostri che ha un flesso di ascissa $x = 0$.
È un flesso ascendente o discendente?

Quesito 5. Si consideri un cono circolare retto ottenuto dalla rotazione di un triangolo isoscele intorno all'altezza propriamente detta. Sapendo che il perimetro del triangolo è 20, si calcoli la lunghezza della base affinché il cono abbia volume massimo.

Quesito 6. Si verifichi che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt[3]{x} + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ x^x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

è continua in $x = 0$. È derivabile in $x = 0$?

Quesito 7. Si consideri la parabola $\gamma : y = x^2$ e la sua simmetrica γ' rispetto alla retta $y = 1$. Si determini l'equazione della circonferenza bitangente alle due parabole ed inscritta nella regione finita di piano limitata da esse.

Punteggio esercizi:

(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

Pro	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Voto