Istituto Superiore "XXV aprile" Pontedera - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

5^aE Liceo Scientifico - assenti del 17/10/2013

Nome e cognome _____

Punteggio di partenza: 2,0/10. Gli esercizi 1, 2, 3, 4, 5 sono **obbligatori**; lo studente deve scegliere **tre** esercizi tra i rimanenti.
Ogni esercizio vale 1/10.

Esercizio 1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{x} & \text{se } x < 0 \\ a & \text{se } x = 0 \\ \dfrac{\ln(1+x)}{2\,x} + b & \text{se } x > 0\,. \end{cases}$$

Si determinino a e b in modo che la funzione risulti continua in $x = 0$.

Esercizio 2. Determinare le equazioni delle eventuali rette perpendicolari alla retta $4\,x + 4\,y - 9 = 0$ e tangenti alla curva $y = x \ln x$.

Esercizio 3. Si consideri la curva $y = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d$.
• Si determinino i parametri in modo che la curva passi per $A(-1,-3)$, $B(1,-1)$ e risulti tangente nel punto $P(0,1)$ alla retta $t : y = 2\,x + 1$.
• Determinare l'ulteriore punto Q di intersezione tra la curva e la retta t.

Esercizio 4. Determinare i parametri a e b in modo che le due curve $y = (x+1)e^x$ e $y = a + \dfrac{b}{x}$ si taglino ortogonalmente nel punto $P(-1,0)$, ovvero abbiano in tale punto rette tangenti perpendicolari.

Esercizio 5. Si consideri la curva $y = \dfrac{a\,x^2 + b}{x+2}$; determina i valori dei parametri in modo che la curva risulti tangente in $P(1,-1)$ alla parabola avente vertice in $V(3,1)$.

Esercizio 6. Assegnata la curva $y = \ln(5 - 2\,x)$, si considerino i suoi punti A di ascissa -1 e B di ascissa 2. Si determini l'ascissa del punto C della curva in cui la retta tangente è parallela alla retta passante per A e B.

Esercizio 7. Si consideri la curva $y = \dfrac{2\,x^2 - 2\,x + 1}{x-1}$.
• Dopo aver determinato le equazioni dei suoi asintoti a_1 e a_2, si determini l'ampiezza in gradi primi sessagesimali dell'angolo acuto da esse formato.
• Determinare l'equazione della retta t tangente nel suo punto P di intersezione con l'asse delle y.
• Si determinino le rette passanti per $A(3,2)$ e tangenti alla curva.

Esercizio 8. Data la curva $y = \sqrt{5-x} - 2$, si consideri il suo punto generico P di ascissa x_0 e si determinino le coordinate del punto S di intersezione tra la retta normale alla curva in P e la retta $y = -2$. (*La retta normale in P è la retta passante per P e perpendicolare alla retta tangente in P*).
• Indicato con H il punto della retta $y = -2$ più vicino al punto P, si verifichi che la lunghezza del segmento di estremi S e H è costante (ovvero è indipendente da x_0).
• Determinare l'equazione cartesiana della circonferenza γ avente centro in $C(1,-2)$ e tangente alla curva.

Esercizio 9. Si consideri la curva $y = \dfrac{6}{x}$. Si determini l'equazione della retta t tangente nel suo punto generico P di ascissa x_0 e si verifichi che tale punto coincide con il punto medio del segmento staccato dagli assi cartesiani sulla retta t.

Esercizio 10. Calcolare, in base alla definizione, la derivata della funzione $f(x) = x \sin x$ nel punto di ascissa π.

Punteggio esercizi:
(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Voto