Istituto Superiore "XXV aprile" Pontedera - Prof. Francesco Daddi

Verifica di Matematica

5^a E Liceo Scientifico - 20/02/2014

Nome e cognome _____

Punteggio di partenza: 0,0/10. Gli esercizi 1, 2, 3 sono obbligatori. Lo studente deve svolgere **due** esercizi tra i rimanenti.
L'esercizio 1 vale 4,0 punti, tutti gli altri valgono 1,5 punti ciascuno.

Esercizio 1. Si consideri la funzione $f(x) = x^2\,(1 - \ln(x))$.

a) Si verifichi che ha un punto di massimo assoluto e un punto di flesso a tangente obliqua.

b) Si consideri la regione finita di piano $\mathcal{A}_k$ contenuta nella striscia $k \le x \le e$ (con $0 < k < e$), delimitata dalla curva assegnata e dall'asse x. Si determini l'area di $\mathcal{A}_k$. Si calcoli infine il limite dell'area di $\mathcal{A}_k$ quando $k \to 0^+$.

Esercizio 2. Si consideri la regione $\mathcal{R}$ delimitata dalla curva $y = x^2$, dall'asse x e dalla retta $x = 2$. Si determini:

a) l'area della regione $\mathcal{R}$;

b) il volume del solido ottenuto ruotando $\mathcal{R}$ attorno all'asse x;

c) il volume del solido ottenuto ruotando $\mathcal{R}$ attorno alla retta $x = 5$.

Esercizio 3. Si approssimi con il metodo dei trapezi l'integrale $\int_{-2}^{1} \frac{1}{e^x + 1}\,dx$, suddividendo l'intervallo di integrazione in 3 sottointervalli. Si valuti la bontà dell'approssimazione confrontando il risultato ottenuto con il valore esatto dell'integrale.

Esercizio 4. Un solido $\mathcal{S}$ ha come base la regione $\mathcal{R}$ di piano delimitata dalla curva $y = \sqrt{x}$, dall'asse x e dalla retta $x = 2$. Se intersechiamo $\mathcal{S}$ con piani perpendicolari all'asse x si ottengono semicerchi. Si determini il volume di $\mathcal{S}$.

Esercizio 5. Si consideri la regione $\mathcal{R}$ delimitata dalle curve $y = e^x$, $y = x^3$, dalla retta $x = 1$ e dall'asse y. Si determini:

a) il volume del solido ottenuto ruotando $\mathcal{R}$ attorno all'asse y;

b) il volume del solido ottenuto ruotando $\mathcal{R}$ attorno alla retta $y = -1$.

Esercizio 6. Si calcoli $\int_0^1 \arcsin(x)\,dx$.

Esercizio 7. Si determini il numero reale positivo λ in modo che la curva $y = e^{-\lambda x}$ divida in parti equiestese la regione delimitata dalla curva $y = e^{\lambda x}$, dall'asse x, dall'asse y e dalla retta $x = 1$.

Esercizio 8. Si dimostri che l'equazione $\ln(3x) + 2x - 4 = 0$ ha un'unica soluzione $1 < \alpha < 2$ e se ne calcoli un valore approssimato con almeno due cifre esatte dopo la virgola.

Esercizio 9. Si determini il numero di soluzioni dell'equazione $kx^3 - 2x + 4 = 0$ al variare del parametro reale k.

Esercizio 10. Tra tutti i cilindri inscritti in un cono di raggio R e altezza h si determini quello avente volume massimo.

Esercizio 11. Si consideri il punto $P(a, b)$ con $a > 0$ e $b > 0$, la generica retta r passante per P avente pendenza negativa ed i punti E e F di intersezione di r con i semiassi positivi delle x e y rispettivamente. Si determini l'equazione cartesiana della retta passante per P in modo che risulti minima la lunghezza del segmento avente per estremi E ed F.

Punteggio esercizi:
(la seguente tabella deve essere riempita dal docente)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Voto