Liceo "Falchi" Montopoli in Val d'Arno - Classe 5^aI - Prof. Francesco Daddi

Verifica scritta del 23 gennaio 2010

Punteggio di partenza: 2,5/10

Studia le seguenti funzioni:

Esercizio 1. $f(x) = \dfrac{16 - 8\,x}{x^2 - 2\,x + 2}$ **(punti** $3/10$**)**

Esercizio 2. $f(x) = \dfrac{4\,x^2 - 12\,x + 8}{9 - x^2}$ **(punti** $3/10$**)**

Esercizio 3. $f(x) = \dfrac{x^2 + 7\,x + 6}{2 - x}$ **(punti** $1,5/10$**)**

Soluzione verifica scritta del 23 gennaio 2010

Esercizio 1. *Studiare la funzione*

$$f(x) = \frac{16 - 8\,x}{x^2 - 2\,x + 2}$$

Soluzione. Il dominio della funzione è

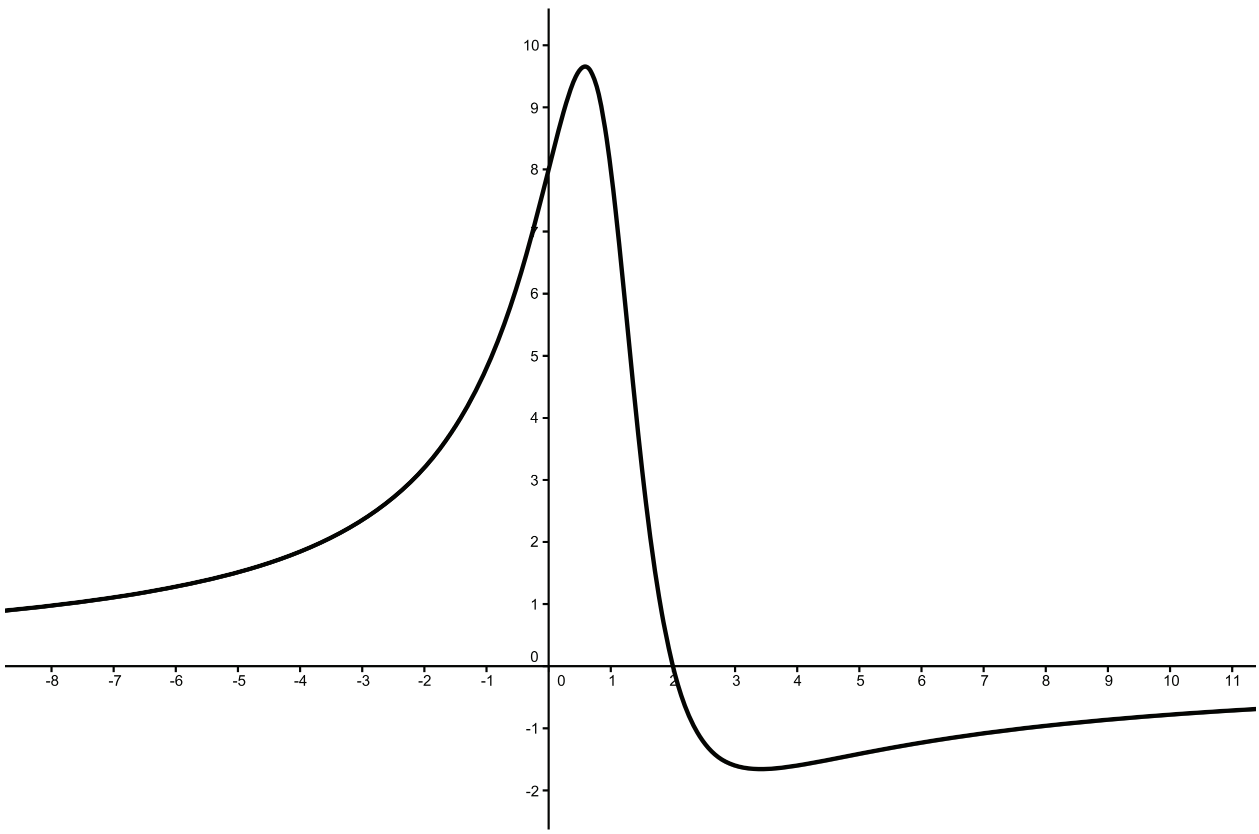
$$D_f = \mathbb{R}\ ;$$

la funzione presenta uno zero per $x = 2$. Studiamo ora il segno della funzione:

$$N > 0 \quad \Rightarrow \quad 16 - 8\,x > 0 \quad \Rightarrow \quad \{x < 2\}$$

$$D > 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2\,x + 2 > 0 \quad \Rightarrow \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$$

la funzione è positiva per $\{x < 2\}$. Poiché il grado del numeratore è minore del grado del denominatore, la retta $y = 0$ (asse x) è asintoto orizzontale per la funzione. Non ci sono asintoti verticali per la funzione. La funzione assume un massimo assoluto per $x < 2$ e un minimo assoluto per $x > 2$.



Esercizio 2. *Studiare la funzione*

$$f(x) = \frac{4\,x^2 - 12\,x + 8}{9 - x^2}$$

Soluzione. Il dominio della funzione è

$$D_f = \{x \neq -3 \wedge x \neq 3\} \ ;$$

la funzione presenta due zeri per $x = 1$ e $x = 2$. Studiamo ora il segno della funzione:

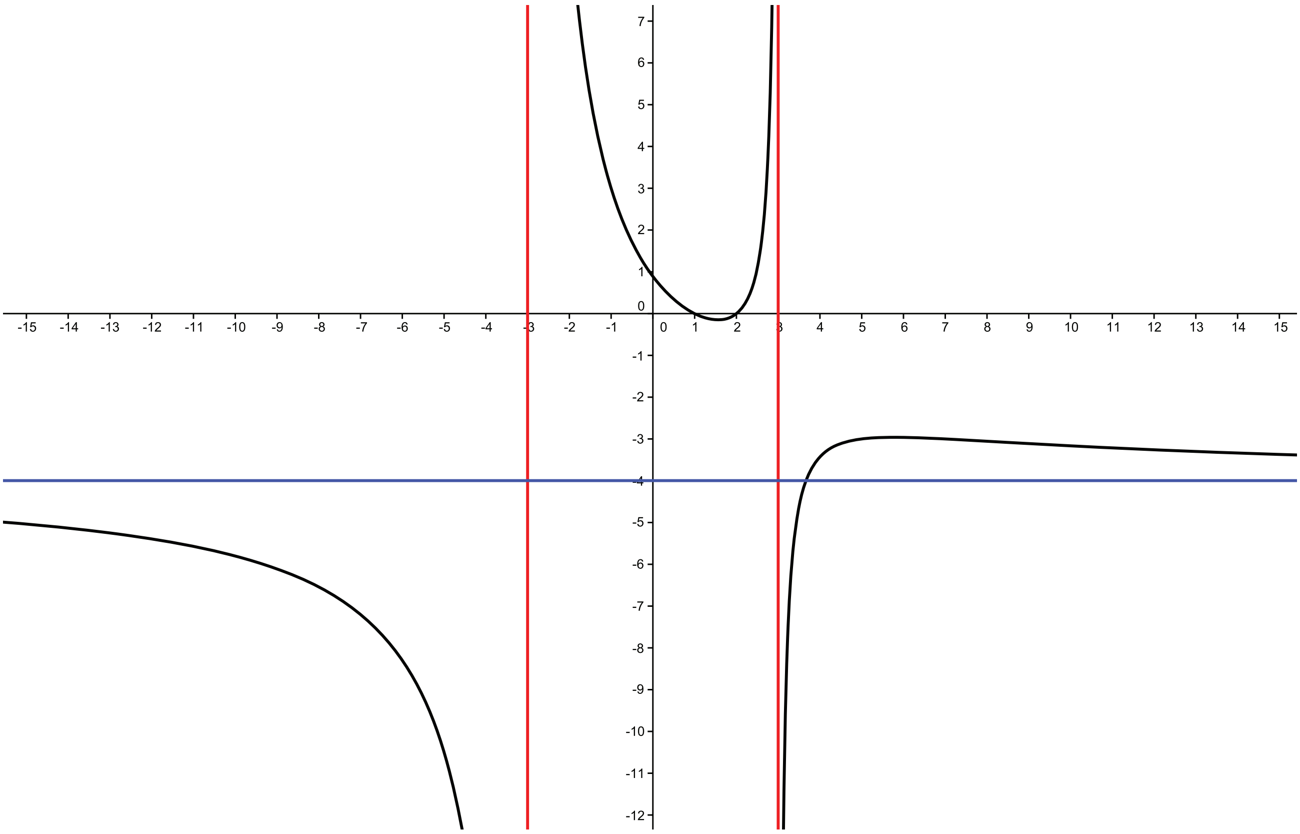
$$N > 0 \quad \Rightarrow \quad 4\,x^2 - 12\,x + 8 > 0 \quad \Rightarrow \quad \{x < 1\} \cup \{x > 2\}$$

$$D > 0 \quad \Rightarrow \quad 9 - x^2 > 0 \quad \Rightarrow \quad \{-3 < x < 3\}$$

la funzione è positiva per $\{-3 < x < 1\} \cup \{2 < x < 3\}$. Poiché il grado del numeratore è uguale al grado del denominatore, la retta $y = -4$ è asintoto orizzontale per la funzione. Le rette $x = -3$ e $x = 3$ sono asintoti verticali per la funzione. La funzione ha un minimo relativo per $1 < x < 2$. Studiamo ora l'intersezione della funzione con l'asintoto orizzontale:

$$\frac{4\,x^2 - 12\,x + 8}{9 - x^2} = -4 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{11}{3}$$

da ciò deduciamo che per $x > \dfrac{11}{3}$ la funzione ha un massimo relativo.



Esercizio 3. *Studiare la funzione*

$$f(x) = \frac{x^2 + 7\,x + 6}{2 - x}$$

Soluzione. Il dominio della funzione è

$$D_f = \{x \neq 2\} \ ;$$

la funzione presenta due zeri per $x = -6$ e per $x = -1$. Studiamo ora il segno della funzione:

$$N > 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 7\,x + 6 > 0 \quad \Rightarrow \quad \{x < -6\} \cup \{x > -1\}$$

$$D > 0 \quad \Rightarrow \quad 2 - x > 0 \quad \Rightarrow \quad \{x < 2\}$$

la funzione è positiva per $\{x < -6\} \cup \{-1 < x < 2\}$. Poiché il grado del numeratore è maggiore del grado del denominatore, dobbiamo effettuare la divisione polinomiale, ottenendo così l'equazione dell'**asintoto obliquo** (è il quoziente della divisione): $y = -x - 9$. La retta $x = 2$ è asintoto verticale per la funzione. La funzione ha un minimo relativo per $-6 < x < -1$ e un massimo relativo per $x > 2$.