

Istituto Statale d'Arte - Classe 5A

Appunti sugli zeri di una funzione - Novembre 2006

Data una funzione f si dicono **zeri** tutti quei numeri α appartenenti al dominio di f tali che $f(\alpha) = 0$.

Esempio 1. *Determinare gli zeri della funzione:*

$$f : x \longrightarrow \frac{2 + 5x}{3 - x^2};$$

determiniamo il dominio $D(f) = \{x \in \mathbb{R} : 3 - x^2 \neq 0\} = \{x \neq -\sqrt{3}, x \neq \sqrt{3}\}$; a questo punto annulliamo il numeratore della frazione: $2 + 5x = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{5}$. Confrontando il valore numero ottenuto con i valori esclusi dal dominio (ovvero $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$) possiamo concludere che **l'unico zero di f è $x = -\frac{2}{5}$.**

Esempio 2. *Determinare gli zeri della funzione:*

$$f : x \longrightarrow \frac{2x^2 - 6x - 56}{4x^2 - 3x - 7};$$

determiniamo il dominio $D(f) = \{x \in \mathbb{R} : 4x^2 - 3x - 7 \neq 0\} = \{x \neq -1, x \neq \frac{7}{4}\}$; annullando il numeratore si ottiene: $2x^2 - 6x - 56 = 0 \Rightarrow x_1 = -4; x_2 = 7$. I due valori trovati appartengono al dominio per cui possiamo affermare che **la funzione f ha per zeri i numeri $x_1 = -4$ e $x_2 = 7$.**

Esempio 3. *Determinare gli zeri della funzione:*

$$f : x \longrightarrow \frac{5x - 15}{-6x^2 + 15x + 9};$$

determiniamo il dominio $D(f) = \{x \in \mathbb{R} : -6x^2 + 15x + 9 \neq 0\} = \{x \neq 3, x \neq -\frac{1}{2}\}$; se annulliamo il numeratore otteniamo: $5x - 15 = 0 \Rightarrow x = 3$. **Questo valore però non è uno zero della funzione perché è stato escluso dal dominio. La f è dunque priva di zeri.**

Esempio 4. *Determinare gli zeri della funzione:*

$$f : x \longrightarrow \frac{x^2 - 2x - 48}{x^2 + 7x + 6};$$

determiniamo il dominio di $D(f) = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 7x + 6 \neq 0\} = \{x \neq -6, x \neq -1\}$; il numeratore si annulla per: $x^2 - 2x - 48 = 0 \Rightarrow x_1 = -6, x_2 = 8$. Il primo risultato ($x_1 = -6$) non è uno zero di f perché è stato escluso dal dominio; l'altro valore trovato ($x_2 = 8$) è invece uno zero della funzione in quanto appartiene al dominio. In definitiva **la f ha un unico zero: $x = 8$.**