

Università di Pisa

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica Geometria e Algebra Lineare

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

Scritto n. 1 del 2016

Esercizio 1. Si studi il seguente sistema al variare dei parametri reali k, h :

$$\begin{cases} kx - y - 2z = h - 2 \\ x + y + 2z = -k \\ 2x - y + 2kz = -k - 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Sapendo che ammette soluzioni reali si trovino tutte le soluzioni dell'equazione

$$z^4 - z^3 - (6 + 16i)z^2 + 16iz + 96i = 0.$$

Esercizio 3. Sono assegnati il punto $V(0, 0, 0)$ e il piano $\pi : x + z - 2 = 0$.

a) Si determini il punto C proiezione ortogonale di V su π .

b) Considerata la circonferenza γ contenuta nel piano π , avente centro in C e di raggio 2, si determini l'equazione cartesiana del cono di vertice V e direttrice γ .

Esercizio 4. Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$A = \begin{pmatrix} 0 & k & 0 \\ -3 & 2k & 0 \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Si studi la triangolabilita' e la diagonalizzabilita' al variare del parametro reale k .

b) Posto $k = 4$ si determini una matrice M tale che $M^{-1}AM$ sia diagonale.

c) Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}_2[t] \rightarrow \mathbb{R}_2[t]$ la cui matrice associata rispetto alla base $\{1, t, t^2\}$ di $\mathbb{R}_2[t]$ coincide con A per $k = 0$. Si determini $T^{-1}(3t^2 - 6t)$.

Esercizio 5. a) Si determini l'equazione dell'iperbole γ sapendo che e' simmetrica rispetto alla retta $r : x - y + 1 = 0$, un suo vertice e' $V_1(0, 1)$ e un suo asintoto e' la retta $a_1 : 3x - y - 1 = 0$.

b) Si determini l'equazione della conica γ' tangente all'asse delle x e bitangente a γ nei suoi vertici.

c) Si classifichi γ' .

Università di Pisa

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica Geometria e Algebra Lineare

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

Scritto n. 2 del 2016

Esercizio 1. Si studi il seguente sistema al variare dei parametri reali h, k :

$$\begin{cases} hx + ky = -1 \\ kx + y + kz = 1 \\ x + y + z = -k \end{cases}$$

Esercizio 2. Si risolva la seguente equazione complessa

$$\exp(3z) - (1 - i) \exp(2z) - i \exp(z) = 0.$$

Esercizio 3. Sono assegnate le rette $a : \begin{cases} x = 0 \\ y - z = 1 \end{cases}$ e $r : \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

- a) Si determini l'equazione cartesiana della superficie \mathcal{S} generata dalla rotazione di r attorno ad a . Si classifichi \mathcal{S} .
- b) Si verifichi che la quadrica $\mathcal{Q} : 2x^2 - y^2 - z^2 - 6yz - 6y - 2z - 2 = 0$ è un iperboloide a una falda di rotazione attorno alla retta a .

Esercizio 4. Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k-1 & k \\ 0 & k & k \\ -k & k & k \end{pmatrix}.$$

- a) Si studi la triangolabilità e la diagonalizzabilità al variare del parametro reale k .
- b) Per $k = 0$ si scriva una base di autovettori di A .

Esercizio 5. a) Si determini l'equazione della parabola γ passante per il punto $A(-4, -2)$, tangente nell'origine alla circonferenza $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 4x = 0$ ed avente asse di simmetria parallelo alla retta $s : 2x + y = 0$.

- b) Si calcolino le coordinate del vertice V di γ .
- c) Si determinino le coordinate del polo P della retta $x + 1 = 0$ rispetto a γ .

Università di Pisa

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica Geometria e Algebra Lineare

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

Scritto n. 3 del 2016

Esercizio 1. Si studi il seguente sistema nelle incognite (x_1, x_2, x_3, x_4) al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x_1 + k x_3 = k^2 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 = k \\ k x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2. Si risolva la seguente equazione complessa

$$\frac{(z+i)^3}{\exp(\pi i)} = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{999}$$

Esercizio 3. Si consideri il fascio \mathcal{F} di piani passanti per i punti $A = (0, 1, 2)$ e $B = (-1, 0, 1)$.

- a) Si determini il piano del fascio \mathcal{F} avente la *massima* distanza dalla retta $s : \begin{cases} x - y = 0 \\ x - z = 3. \end{cases}$
- b) Si determinino i piani di \mathcal{F} che intersecano la sfera $\mathcal{S} : x^2 + y^2 + z^2 - 8z + 13 = 0$ in circonferenze di diametro 2.

Esercizio 4. Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$A = \begin{pmatrix} 2k-2 & 2 & 2k \\ 2-2k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k-1 \end{pmatrix}$$

- a) Si studi la triangolabilità e la diagonalizzabilità al variare del parametro reale k .
- b) Per $k = 3$ dire se esistono valori di h per cui $(3, h-4, -h-1)^T$ sia autovettore.

Esercizio 5. Sono assegnati i quattro punti $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (0, 1)$, $D = (1, 2)$.

- a) Si scriva l'equazione cartesiana del fascio \mathcal{F} di coniche passanti per i punti assegnati.
- b) Tra le coniche di \mathcal{F} si determini quella passante per $E(2, 2)$, verificando che si tratta di un'ellisse di cui si chiedono le coordinate del centro.
- c) Si stabilisca se in \mathcal{F} ci sono iperboli equilateri.
- d) Si stabilisca se in \mathcal{F} ci sono circonferenze.
- e) Si scriva l'equazione cartesiana della parabola del fascio.