

Verifica di Matematica 2^a A

3 febbraio 2011

Esercizio 1. Svolgi la seguente espressione: $(1 - x)^2 - 2(x - 1)^2$

Esercizio 2. Svolgi la seguente espressione: $(x - 2)(x + 1)^2 - 2(x - 1)^3$

Esercizio 3. Risolvi la seguente equazione: $2(x - 4)^2 - 4(x + 2) = 2x(x + 5)$

Esercizio 4. Risolvi la seguente equazione: $\frac{x + 2}{3} - \frac{(2 - 2x)^2}{6} = \frac{x^2}{2} - \frac{7}{6}x^2$

Esercizio 5. Risolvi la seguente equazione: $\frac{(x + 3)^2}{2} - \frac{x + 1}{8} - \frac{x}{4} = \frac{x^2}{2} + \frac{21}{8}x - 1$

Esercizio 6. Risolvendo l'equazione

$$(4x - 123456789)^2 = 4x(4x - 123456789),$$

Pierino trova $x = 123456789$. Dimostra che ha sbagliato. Sai trovare il risultato giusto? Motiva la risposta.

Esercizio 7. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} x + \frac{y}{5} = 2 \\ (x - 1)y = y(3 + x) \end{cases}$$

Esercizio 8. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} (x + y)^2 - y^2 + y = x(x - y) + 3xy - x + 4 \\ \frac{x + y}{2} = 2 \end{cases}$$

Esercizio 9. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} \frac{x - 3y}{4} + \frac{(x - y)(3 - y)}{6} = x - \frac{xy}{6} + \frac{y^2}{6} \\ 2x(1 - y) + (x - 1)^2 = 4y + x(x - 2y) + 5 \end{cases}$$

Esercizio 10. In una famiglia l'età del padre supera di 2 anni l'età della moglie e di 16 anni il quadruplo dell'età del figlio. Trova le tre età sapendo che tra cinque anni la somma delle età della madre e del figlio supererà di nove anni quella del padre.

Esercizio 11. Se per compiere un certo lavoro 10 operai impiegano 18 giorni, quanto tempo impiegheranno per compiere lo stesso lavoro 15 operai? Si faccia l'ipotesi che gli operai abbiano tutti la stessa capacità lavorativa.

Soluzione della verifica di Matematica 2^a A - 3 febbraio 2011

Esercizio 1. *Svolgi la seguente espressione:* $(1-x)^2 - 2(x-1)^2$.

Soluzione.

$$1 + x^2 - 2x - 2(x^2 + 1 - 2x) = 1 + x^2 - 2x - 2x^2 - 2 + 4x = -x^2 + 2x - 1.$$

Esercizio 2. *Svolgi la seguente espressione:* $(x-2)(x+1)^2 - 2(x-1)^3$.

Soluzione.

$$\begin{aligned} & (x-2)(x^2 + 1 + 2x) - 2(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) = \\ & x^3 + x + 2x^2 - 2x^2 - 2 - 4x - 2x^3 + 6x^2 - 6x + 2 = -x^3 + 6x^2 - 9x. \end{aligned}$$

Esercizio 3. *Risolvi la seguente equazione:* $2(x-4)^2 - 4(x+2) = 2x(x+5)$.

Soluzione.

$$\begin{aligned} 2(x^2 + 16 - 8x) - 4x - 8 &= 2x^2 + 10x \\ 2x^2 + 32 - 16x - 4x - 8 &= 2x^2 + 10x \\ -30x &= -24 \Rightarrow x = \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

Esercizio 4. *Risolvi la seguente equazione:* $\frac{x+2}{3} - \frac{(2-2x)^2}{6} = \frac{x^2}{2} - \frac{7}{6}x^2$.

Soluzione.

$$\begin{aligned} \frac{2(x+2) - (2-2x)^2}{6} &= \frac{3x^2 - 7x^2}{6} \\ 2x + 4 - (4 + 4x^2 - 8x) &= -4x^2 \\ 2x + 4 - 4 - 4x^2 + 8x &= -4x^2 \\ 10x &= 0 \Rightarrow x = 0. \end{aligned}$$

Esercizio 5. *Risolvi la seguente equazione:* $\frac{(x+3)^2}{2} - \frac{x+1}{8} - \frac{x}{4} = \frac{x^2}{2} + \frac{21}{8}x - 1$.

Soluzione.

$$\begin{aligned} \frac{4(x+3)^2 - (x+1) - 2x}{8} &= \frac{4x^2 + 21x - 8}{8} \\ 4(x^2 + 9 + 6x) - (x+1) - 2x &= 4x^2 + 21x - 8 \\ 4x^2 + 36 + 24x - x - 1 - 2x &= 4x^2 + 21x - 8 \\ 0x &= -43 \Rightarrow \text{equazione impossibile.} \end{aligned}$$

Esercizio 6. Risolvendo l'equazione

$$(4x - 123456789)^2 = 4x(4x - 123456789),$$

Pierino trova $x = 123456789$. Dimostra che ha sbagliato. Sai trovare il risultato giusto? Motiva la risposta..

Soluzione. Sostituendo $x = 123456789$ (cioè il risultato di Pierino) nell'equazione, si ottiene:

$$(4 \cdot 123456789 - 123456789)^2 = 4 \cdot 123456789(4 \cdot 123456789 - 123456789)$$

svolgiamo i calcoli nel modo seguente:

$$\begin{aligned} (3 \cdot 123456789)^2 &= 4 \cdot 123456789(3 \cdot 123456789) \\ 9 \cdot 123456789^2 &= 12 \cdot 123456789^2 \end{aligned}$$

si vede chiaramente che l'ultima uguaglianza è falsa: il risultato trovato da Pierino è quindi sbagliato.

Per trovare la soluzione giusta basta osservare che:

- si arriva ad un'equazione di primo grado, dal momento che sia a sinistra che a destra abbiamo $16x^2 + \dots$;
- se troviamo il valore di x che permette di annullare le due parentesi $(4x - 123456789)$ abbiamo trovato la soluzione (a sinistra e a destra abbiamo 0). Annullando quindi la parentesi si trova

$$4x - 123456789 = 0 \Rightarrow x = \frac{123456789}{4}.$$

Esercizio 7. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} x + \frac{y}{5} = 2 \\ (x - 1)y = y(3 + x) \end{cases}.$$

Soluzione.

$$\begin{cases} \frac{5x + y}{5} = \frac{10}{5} \\ xy - y = 3y + xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + y = 10 \\ -4y = 0 \end{cases}$$

dalla seconda equazione abbiamo $y = 0$; sostituendo nell'altra si trova $x = 2$.

Esercizio 8. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} (x + y)^2 - y^2 + y = x(x - y) + 3xy - x + 4 \\ \frac{x + y}{2} = 2 \end{cases}.$$

Soluzione.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy - y^2 + y = x^2 - xy + 3xy - x + 4 \\ \frac{x + y}{2} = \frac{4}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

il sistema è indeterminato; le infinite soluzioni si possono scrivere nel modo seguente:

$$\begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \end{cases}.$$

Esercizio 9. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} \frac{x - 3y}{4} + \frac{(x - y)(3 - y)}{6} = x - \frac{xy}{6} + \frac{y^2}{6} \\ 2x(1 - y) + (x - 1)^2 = 4y + x(x - 2y) + 5 \end{cases}.$$

Soluzione.

$$\begin{cases} \frac{3(x - 3y) + 2(x - y)(3 - y)}{12} = \frac{12x - 2xy + 2y^2}{12} \\ 2x - 2xy + x^2 + 1 - 2x = 4y + x^2 - 2xy + 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3x - 9y + 2(3x - xy - 3y + y^2) = 12x - 2xy + 2y^2 \\ 2x - 2xy + x^2 + 1 - 2x = 4y + x^2 - 2xy + 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3x - 9y + 6x - 2xy - 6y + 2y^2 = 12x - 2xy + 2y^2 \\ 2x - 2xy + x^2 + 1 - 2x = 4y + x^2 - 2xy + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x - 15y = 0 \\ -4y = 4 \end{cases}$$

dalla seconda equazione si ricava $y = -1$; sostituendo nell'altra si trova $x = 5$.

Esercizio 10. *In una famiglia l'età del padre supera di 2 anni l'età della moglie e di 16 anni il quadruplo dell'età del figlio. Trova le tre età sapendo che tra cinque anni la somma delle età della madre e del figlio supererà di nove anni quella del padre..*

Soluzione. Primo metodo (poco conveniente). Indicando con x l'età attuale del padre, la madre oggi ha $(x - 2)$ anni, il figlio invece ha $\left(\frac{x - 16}{4}\right)$ anni. Tra cinque anni il padre avrà $(x + 5)$ anni, la madre avrà $(x + 3)$ anni e il figlio ne avrà $\left(\frac{x - 16}{4} + 5\right)$; sommando le età future della madre e del figlio si deve ottenere l'età futura del padre più 9:

$$(x + 3) + \left(\frac{x - 16}{4} + 5\right) = (x + 5) + 9$$

risolviamo l'equazione

$$\frac{4 \cdot (x + 3) + x - 16 + 20}{4} = \frac{4 \cdot (x + 5) + 36}{4} \Rightarrow 4x + 12 + x + 4 = 4x + 20 + 36 \Rightarrow x = 40.$$

Il padre oggi ha 40 anni, la madre ne ha 38 e il figlio 6.

Secondo metodo (migliore). Indicando con x l'età attuale del figlio, il padre ha $(4x + 16)$ anni, la madre ne ha $(4x + 14)$. Tra cinque anni il padre avrà $(4x + 21)$ anni, la madre avrà $(4x + 19)$ anni e il figlio ne avrà $(x + 5)$; sommando le età future della madre e del figlio si deve ottenere l'età futura del padre più 9:

$$(4x + 19) + (x + 5) = (4x + 21) + 9$$

risolvendo l'equazione si trova $x = 6$. Il padre oggi ha 40 anni, la madre ne ha 38 e il figlio 6.

Esercizio 11. *Se per compiere un certo lavoro 10 operai impiegano 18 giorni, quanto tempo impiegheranno per compiere lo stesso lavoro 15 operai? Si faccia l'ipotesi che gli operai abbiano tutti la stessa capacità lavorativa..*

Soluzione. In un giorno 10 operai fanno $1/18$ del lavoro, quindi un operaio, da solo, fa $1/180$ del lavoro. 15 operai, sempre in un giorno, fanno $15/180$ del lavoro. Per sapere quanti giorni impiegheranno, è sufficiente indicare con x il numero incognito dei giorni e risolvere l'equazione

$$\frac{15}{180} \cdot x = 1 \Rightarrow x = 12.$$

Ai 15 operai occorreranno, quindi, 12 giorni per completare il lavoro.

Verifica di Matematica 2^a A

assenti del 3 febbraio 2011

Esercizio 1. Svolgi la seguente espressione: $(2 - 3x)^2 - 2(x + 3)^2 - x$

Esercizio 2. Svolgi la seguente espressione: $(x - 2)^3 - 3(x - 1)(x + 2)(x - 2)$

Esercizio 3. Risolvi la seguente equazione: $4(x - 1) - (x - 1)(2 - x) + x(2 - x) = 1 - 3x$

Esercizio 4. Risolvi la seguente equazione: $\frac{2 - x}{3} - \frac{x^2 - x - 2}{6} = \frac{x - 2x^2}{12}$

Esercizio 5. Risolvi la seguente equazione: $\frac{(x - 1)^3}{4} - \frac{x^3}{2} = \frac{x}{8} - \frac{3x^2 + x^3}{4}$

Esercizio 6. Risolvi la seguente equazione: $\frac{1200x - 4800}{3} - \frac{1200x - 4800}{4} = \frac{1200x - 4800}{2}$

Esercizio 7. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} x + (x - 2)y = y(x - 2) + x - 2y - 2 \\ x - 4y = (x - 1)^2 - x^2 + 3y \end{cases}$$

Esercizio 8. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} \frac{x - 2y}{2} - \frac{1 - 4(y - 2)^2}{4} = 1 + x + y^2 \\ \frac{x + y}{6} = \frac{1}{6} + (x - 1)^2 - \frac{3x^2 - 6x + 3}{3} \end{cases}$$

Esercizio 9. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} (x - 2)^3 = (x + 2)^3 - 12x^2 - x + y \\ \frac{x - 2y}{6} = \frac{2 - 12x}{12} + x \end{cases}$$

Esercizio 10. I viaggiatori di una nave sono 480; in seconda classe ve ne è il triplo di quelli della prima, mentre in terza ve ne sono tanti quanti nelle altre due classi insieme. Quanti sono i viaggiatori per ciascuna classe?

Esercizio 11. Il capo di un'azienda licenzia 4 dipendenti. Quelli che restano, per garantire il regolare funzionamento dell'azienda, dovranno lavorare 7 ore al giorno, un'ora in più rispetto a prima. Quanti dipendenti lavorano attualmente nell'azienda? Si faccia l'ipotesi che tutti i dipendenti abbiano la stessa capacità lavorativa.

Soluzione verifica di Matematica 2^a A
assenti del 3 febbraio 2011

Esercizio 1. $7x^2 - 25x - 14$

Esercizio 2. $-2x^3 - 3x^2 + 24x - 20$

Esercizio 3. $x = \frac{1}{2}$

Esercizio 4. $x = 4$

Esercizio 5. $x = \frac{2}{5}$

Esercizio 6. $x = 4$

Esercizio 7. $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$

Esercizio 8. $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$

Esercizio 9. $\begin{cases} x = 31 \\ y = 15 \end{cases}$

Esercizio 10. In prima classe ci sono 60 passeggeri, in seconda classe ce ne sono 180 e in terza classe i restanti 240.

Esercizio 11. Attualmente nell'azienda lavorano 24 dipendenti.

Verifica di Matematica 2^a A
assenti del 3 e 17 febbraio 2011

Esercizio 1. Svolgi la seguente espressione: $(2x + 3)^2 - 4x(x - 1)$

Esercizio 2. Svolgi la seguente espressione: $(x - 4)^2 - 2(x + 1)^3$

Esercizio 3. Risolvi la seguente equazione: $4x - 3(x + 2)(x - 1) + 3x^2 = (x - 2) \cdot 3 - x$

Esercizio 4. Risolvi la seguente equazione: $\frac{x + 1}{3} - \frac{x^2 - 1}{2} = \frac{4 - 2x^2}{4} + x$

Esercizio 5. Risolvi la seguente equazione: $\frac{x - 5}{2} + \frac{(x - 3)^2}{8} = \frac{2x^2 - x}{16} + \frac{3}{4}$

Esercizio 6. Risolvi la seguente equazione:

$$\frac{200x + 6000}{4} - \frac{400x + 12000}{2} = 13 \cdot (600x + 18000) - \frac{1200x + 36000}{4}$$

Esercizio 7. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} x(y + 2) - 2y = y(x - 4) + x \\ y + 4x = x^2 - (x - y)^2 + y(y - 2x) \end{cases}$$

Esercizio 8. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} \frac{x + y}{2} + \frac{2 - x}{3} = x + y - 3 \\ x - 3(2x + y) = 1 \end{cases}$$

Esercizio 9. Risolvi il seguente sistema:
$$\begin{cases} \frac{x - 2y}{4} - \frac{y - 2}{8} = 0 \\ (x + 3y)^2 - x(x + 1) = 3 \cdot (3y^2 + 2x + 2xy) - 7 \end{cases}$$

Esercizio 10. Dodici ragazzi vanno a vedere uno spettacolo insieme a quattordici ragazze. Per galanteria i ragazzi decidono di pagare il biglietto d'ingresso alle ragazze e, così facendo, ciascuno di loro spende 9,10 euro in più. Quanto costa un biglietto?

Esercizio 11. Uno studente ha avuto una media di 5,25 nei primi quattro compiti di matematica. Quanto deve prendere nel prossimo compito per ottenere la media del 6?

Soluzione verifica di Matematica 2^a A

assenti del 3 e 17 febbraio 2011

Esercizio 1. $16x + 9$

Esercizio 2. $-2x^3 - 5x^2 - 14x + 14$

Esercizio 3. $x = 12$

Esercizio 4. $x = -\frac{1}{4}$

Esercizio 5. $x = -\frac{34}{3}$

Esercizio 6. $x = -30$

Esercizio 7. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

Esercizio 8. sistema impossibile

Esercizio 9. $\begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$

Esercizio 10. Il biglietto d'ingresso costa 7,80 euro.

Esercizio 11. Per ottenere la media del 6, lo studente deve prendere 9.