

Una lettera viene chiamata **variabile** quando è utilizzata per rappresentare un numero che può variare in un certo insieme. Una lettera viene chiamata **costante** quando è utilizzata per rappresentare un numero fissato; per esempio se indichiamo con  $d$  il numero di ore che ci sono in una giornata, allora  $d$  è una costante ( $= 24$ ). Nell'espressione  $\pi r^2$  che assegna l'area di un cerchio di raggio  $r$ , la lettera  $\pi$  è una costante:  $\pi = 3,141592\dots$ ; la lettera  $r$ , invece, è una variabile perché rappresenta la misura del raggio di un cerchio generico e quindi può assumere qualsiasi valore positivo.

Chiamiamo **espressione algebrica** ogni scrittura in cui compaiono numeri e lettere, legati tra loro dai segni delle quattro operazioni (+, -, ·, :) o da elevamenti a potenza. Un'espressione algebrica si dice **intera rispetto a una lettera** se quella lettera non compare al denominatore e se non ha esponente negativo; altrimenti si dice **frazionaria** (o **fratta**) **rispetto alla lettera**).

Es:  $3x^4y^2 + \frac{5}{2}x^2z - (2 - y^5) \cdot x^3$  è un'espressione intera rispetto alle lettere  $x, y$  e  $z$ .

Es:  $4xy - \frac{2+y}{x^2}$  è un'espressione fratta rispetto a  $x$  ma è intera rispetto a  $y$ .

Un **monomio** è un'espressione algebrica nella quale compaiono soltanto moltiplicazioni e potenze e nella quale gli esponenti delle lettere sono numeri interi maggiori o uguali a zero. I monomi in cui compare un solo numero e ciascuna variabile compare scritta una sola volta, vengono detti **in forma normale**. Un monomio può sempre essere scritto in forma normale.

Es: se vogliamo scrivere il monomio  $2x^2y^3(-5)y^7x^6z^3$  in forma normale dobbiamo scrivere  $-10x^8y^{10}z^3$ .

Es: il monomio  $-6x^4z^6$  è in forma normale.

Il numero che viene scritto per convenzione prima della parte letterale è detto **coefficiente numerico** e la parte restante, quella cioè che contiene le lettere del monomio, è detta **parte letterale**. Se il coefficiente numerico è 0, il monomio si dice **nullo** e si indica con 0.

Es: nel monomio  $-7x^4y^8z^3$  il coefficiente numerico è  $-7$ , mentre la parte letterale è  $x^4y^8z^3$ .

Il **grado complessivo** (o **grado**) di un monomio è uguale alla somma degli esponenti di tutte le lettere che vi compaiono.

Es: il grado complessivo del monomio  $11x^4y^7z^2w^6$  è uguale a  $4 + 7 + 2 + 6 = 19$ .

Il **grado relativo ad una lettera** di un monomio è l'esponente con cui compare quella lettera nella forma normale del monomio. Se una lettera non appare nel monomio il suo grado relativo è 0.

Es: dato il monomio  $-6x^5y^7$  il grado relativo alla lettera  $x$  è 5, il grado relativo a  $y$  è 7, mentre il grado relativo a  $z$  è 0.

Per convenzione si assegna grado 0 ai monomi costituiti da un numero non nullo, e **non si attribuisce alcun grado al monomio nullo**. Infatti, il monomio nullo può essere espresso in varie forme:  $0 = 0x^2 = 0x^6 = \dots$  di qui la convenzione di non attribuire alcun grado al monomio nullo.

Es: il monomio  $2x$  ha grado 1, il monomio  $-\frac{4}{3}$  ha grado 0; al monomio  $0x^3z^7$  non viene invece attribuito il grado e possiamo scrivere  $0x^3z^7 = 0$ .

Due monomi che, scritti in forma normale, hanno la stessa parte letterale si dicono **simili**.

Es: i monomi  $5x^4y^2z^5$ ,  $x^4y^2z^5$  e  $-\frac{3}{7}x^4y^2z^5$  sono simili (sono già in forma normale).

Es: i monomi  $x^3y^2z$ ,  $4y^2zx^3$  e  $-5x^3zy^2$  sono simili (infatti non conta l'ordine con cui sono scritte le lettere).

Due monomi si dicono **uguali** se sono simili ed hanno lo stesso coefficiente numerico.

Es: i monomi  $-\frac{3}{4}x^4z^7$  e  $-\frac{3}{4}x^4z^7$  sono uguali.

Es: i monomi  $4x^3y^8x^2$  e  $4y^6x^4y^2x$  sono uguali (basta scriverli in forma normale).

Due monomi si dicono **opposti** se sono simili ed hanno coefficienti numerici opposti.

Es: i monomi  $4x^2yx^2$  e  $-4x^3yx$  sono opposti (basta scriverli in forma normale).

Es: i monomi  $-6x^3y^2$  e  $6y^2x^3$  sono opposti (infatti non conta l'ordine delle lettere).

Es: i monomi  $5x^4y^3z^2$  e  $-5x^4y^3z^2w^7$  non sono opposti (infatti i due monomi non sono simili).

La **somma algebrica** di due o più monomi simili è un monomio simile a essi, avente come coefficiente numerico la somma algebrica dei coefficienti numerici dei monomi da sommare. Se in un'espressione algebrica compaiono dei monomi simili, l'espressione può essere semplificata, calcolando la somma algebrica dei monomi simili: questa operazione è detta **riduzione dei termini simili**. In generale, la somma di due monomi *qualsiasi* non è un monomio.

Es:  $-4x^2y^4z + 7x^2y^4z = (-4 + 7)x^2y^4z = 3x^2y^4z$ .

Es:  $6x^4y^5 + 2x^4y^5 - 7y^5x^4 = (6 + 2 - 7)x^4y^5 = x^4y^5$  (si osservi che il terzo monomio, cioè  $-7y^5x^4$ , è simile ai primi due).

Il **prodotto di due monomi** è il monomio che ha per coefficiente numerico il prodotto dei coefficienti numerici dei monomi dati e come parte letterale le lettere comuni e non comuni, ciascuna con esponente uguale alla somma degli esponenti con cui la lettera compare nei due monomi fattori. Il prodotto di due monomi, al contrario della somma algebrica, è sempre un monomio. Il prodotto di due o più fattori è il monomio nullo solo quando almeno uno dei fattori è nullo.

Es:  $(\frac{3}{4}a^2b^5c^4) \cdot (-\frac{1}{2}ab^2d^7) = \frac{3}{4} \cdot (-\frac{1}{2})a^{2+1}b^{5+2}c^{4+0}d^{0+7} = -\frac{3}{8}a^3b^7c^4d^7$ .

Es:  $(-4x^3y^2) \cdot 0 \cdot (\frac{1}{2}xz^4) \cdot (3y) = 0$  perché c'è un fattore nullo.

Il grado complessivo del prodotto di più monomi non nulli è uguale alla **somma dei gradi complessivi** dei monomi fattori.

Es: il prodotto dei quattro monomi  $(4x^3y^6z^2)$ ,  $(\frac{9}{2}y^3)$ ,  $(-7)$  e  $(-3x^5z^7)$  ha grado complessivo uguale a  $11 + 3 + 0 + 12 = 26$ .

Es: il prodotto dei monomi  $3x^2yz^3$  e 0 non ha grado: il prodotto è 0 e al monomio nullo non viene assegnato alcun grado.

La **potenza n-esima** di un monomio si trova elevando a quella potenza il coefficiente numerico e moltiplicando per  $n$  gli esponenti dei fattori letterali. Visto che il prodotto di monomi è un monomio, la potenza  $n$ -esima di un monomio è sempre un monomio.

Es.  $(-\frac{2}{3}a^3b^5c^4)^4 = (-\frac{2}{3})^4 a^{3 \cdot 4} b^{5 \cdot 4} c^{4 \cdot 4} = \frac{16}{81} a^{12} b^{20} c^{16}$ . Possiamo ottenere lo stesso risultato sfruttando la proprietà associativa della moltiplicazione:  $(-\frac{2}{3}a^3b^5c^4) \cdot (-\frac{2}{3}a^3b^5c^4) \cdot (-\frac{2}{3}a^3b^5c^4) \cdot (-\frac{2}{3}a^3b^5c^4) = (-\frac{2}{3}a^3b^5c^4)^2 \cdot (-\frac{2}{3}a^3b^5c^4)^2 = (\frac{4}{9}a^6b^{10}c^8) \cdot (\frac{4}{9}a^6b^{10}c^8) = \frac{16}{81} a^{12} b^{20} c^{16}$ ; è chiaro che, seppur corretto, non conviene seguire questo secondo procedimento.

Il grado complessivo della potenza  $n$ -esima di un monomio è uguale al prodotto di  $n$  per il grado complessivo del monomio.

Es: il grado complessivo del cubo del monomio  $(-2x^4y^7z^5)$  ha grado uguale a  $3 \cdot (4 + 7 + 5) = 48$ .

Si dice che un monomio  $A$  è **divisibile** per un monomio  $B$ , non nullo, quando esiste un terzo monomio  $C$  che, moltiplicato per il secondo, dia come prodotto il primo, cioè  $A$ . Deve essere quindi  $A = B \cdot C$ . Si dice che  $A$  è il monomio **dividendo**,  $B$  è il monomio **divisore** e  $C$  è il monomio **quoziente**; si scrive  $A : B = C$ .

Es:  $12a^8b^2c^4$  è divisibile per  $4a^3b$  perché possiamo trovare un monomio,  $3a^5bc^4$ , tale che risulta:  $12a^8b^2c^4 = (4a^3b) \cdot (3a^5bc^4)$ ; il monomio dividendo è  $12a^8b^2c^4$ , il monomio divisore è  $4a^3b$ , il monomio quoziente è  $3a^5bc^4$ . Si ha:  $(12a^8b^2c^4) : (4a^3b) = 3a^5bc^4$ .

Es: il monomio  $(-\frac{3}{4}x^4y^7z^5)$  è divisibile per il monomio  $(-9xy^3z^5)$  in quanto risulta:  $-\frac{3}{4}x^4y^7z^5 = (-9xy^3z^5) \cdot (\frac{1}{12}x^3y^4)$ .

Il quoziente tra il monomio nullo e qualsiasi altro monomio non nullo è il monomio nullo.

Es:  $0 : 4a^3b^2x = 0$  perché  $0 \cdot (4a^3b^2x) = 0$ .

**Condizione di divisibilità di un monomio per un altro:** un monomio non nullo è **divisibile** per un altro monomio non nullo se, e solo se contiene almeno tutte le lettere del monomio divisore, ciascuna con esponente maggiore o uguale a quello che ha nel divisore. Il grado complessivo del monomio quoziente è uguale alla **differenza dei gradi complessivi** del dividendo e del divisore.

Es. il monomio  $15a^4b^8c^4d^7$  non è divisibile per il monomio  $5a^2b^9c^4d^{10}$ , mentre è divisibile per il monomio  $4a^4b^6c^3d^7$ .

Es: il monomio  $3x^3y^6$  non è divisibile per il monomio  $-y^2z$ , ma è divisibile per il monomio  $2x^3y^4$ .

Quando la regola di divisibilità è soddisfatta, il quoziente tra  $A$  e  $B$  è un monomio che ha come coefficiente numerico il quoziente tra il coefficiente numerico di  $A$  e quello di  $B$  e come parte letterale le lettere del dividendo  $A$  ciascuna delle quali con esponente uguale alla differenza fra gli esponenti con cui la lettera compare nel dividendo e nel divisore.

Es:  $(4a^5b^9c^4d^2) : (-\frac{2}{3}a^3b^8c^4) = 4 \cdot (-\frac{3}{2}) a^{5-3}b^{9-8}c^{4-4}d^{2-0} = -\frac{8}{3}a^2bd^2$ .

Se il dividendo non è divisibile per il divisore non nullo, il quoziente non è un monomio ma una **frazione algebrica**.

**M.C.D. di due o più monomi:** è il monomio che ha per coefficiente numerico il M.C.D. dei valori assoluti dei coefficienti, se questi sono numeri interi (1 in caso contrario) e la cui parte letterale è formata da tutte le lettere comuni, ciascuna presa una sola volta con il proprio minore esponente. Se il M.C.D. tra due o più monomi ha grado zero i monomi si dicono **primi tra loro**.

Es: M.C.D.  $(32a^2b^2c^5d; -20a^4b^3c^3d^2; -12b^2c^4d^4e^2) = 4b^2c^3d$ .

Es: M.C.D.  $(\frac{3}{4}a^2c^5d; -2a^4b^3d^2; -\frac{1}{2}c^4d^4g^2) = 1d = d$ .

**m.c.m. di due o più monomi:** è il monomio che ha per coefficiente numerico il m.c.m. tra i valori assoluti dei coefficienti numerici, se questi sono numeri interi (1 in caso contrario) e la cui parte letterale è formata da tutte le lettere comuni e non comuni, prese ciascuna una sola volta con il proprio esponente maggiore.

Es: m.c.m.  $(3x^3z; 9x^2y^3z^2; -12x^4yw^4) = 36x^4y^3z^2w^4$ .

Es: m.c.m.  $(-2x^2y^6z^3; \frac{2}{3}y^3z^2w^4; x^4y^5w^4) = 1x^4y^6z^3w^4 = x^4y^6z^3w^4$ .

Si chiama **polinomio** ogni espressione algebrica che può essere scritta come somma algebrica di monomi. Ogni monomio si può pensare come la somma algebrica di se stesso con il monomio nullo: quindi **ogni monomio è un polinomio**. In particolare 0, oltre che monomio nullo, è considerato **polinomio nullo**. Ciascuno dei monomi che compare in un polinomio si chiama **termine** del polinomio. Un polinomio in cui tutti i termini sono in forma normale e che non presenta termini simili, si dice **ridotto in forma normale** (o semplicemente **ridotto**).

Es.  $4x^2y^3z^4y^7 + 5xy^2 - 6xy^2$  non è ridotto perché il primo termine non è scritto in forma normale e gli altri due termini sono simili; il polinomio ridotto in forma normale è  $4x^2y^{10}z^4 - xy^2$ .

Es:  $\frac{1}{2}a^3b^5c^6a^2c^7 + xy$  non è ridotto perché il primo termine non è scritto in forma normale; il polinomio ridotto in forma normale è  $\frac{1}{2}a^5b^5c^{13} + xy$ .

Dato un polinomio, ridotto in forma normale, si dice: **grado complessivo** (o semplicemente **grado**) del polinomio il maggiore fra i gradi complessivi dei suoi termini; **grado rispetto a una lettera** il massimo esponente con cui la lettera compare nel polinomio; **termine noto del polinomio** l'eventuale termine numerico (diverso da zero), cioè il termine, se esiste, che è di grado zero.

Es: il polinomio  $\frac{3}{2}x^4y + 7x^6 - xy^3 + 12x^5y^2$  ha grado complessivo 7, grado 6 rispetto a  $x$ , grado 3 rispetto a  $y$  e ha 12 come termine noto.

Es: il polinomio  $3x^3y^5 + 7x^4y^8 - \frac{4}{3}x^{14}$  ha grado complessivo 14, grado 14 rispetto a  $x$  e grado 8 rispetto a  $y$ .

Un polinomio scritto in forma normale e privo di termini con il coefficiente nullo si chiama: **binomio** se contiene soltanto due termini; **trinomio** se ne contiene tre; **quadrinomio** se ne contiene quattro. Non si danno nomi particolari a polinomi con più di quattro termini.

Es: il polinomio  $3x - 2xy^2z + x$  non è un trinomio; ridotto alla forma normale è il binomio  $4x - 2xy^2z$ .

Un polinomio è detto **omogeneo** se tutti i suoi termini hanno lo stesso grado complessivo, che si dice **grado di omogeneità** del polinomio.

Es:  $2x^4y^3 + 6x^2y^5 - 2x^6z$  è omogeneo con grado di omogeneità 7.

Es:  $-3x^4 + 3x^3y - 6x^2z^2 + 3$  non è omogeneo perché il termine noto ha grado 0; tutti gli altri termini hanno grado 4.

Un polinomio, ridotto a forma normale, si dice **ordinato** secondo le potenze crescenti (o decrescenti) di una lettera se, letto da sinistra verso destra, gli esponenti di quella lettera crescono (o decrescono).

Es:  $3x^4 - 4x^3y + 6xy^5$  è ordinato rispetto le potenze decrescenti di  $x$  ed è ordinato rispetto alle potenze crescenti di  $y$ .

Es:  $5 - 2x^4y^7 - x^5y^6 + x^8y^4$  è ordinato rispetto alle potenze crescenti di  $x$  ma non è ordinato rispetto a  $y$  perché il termine noto è di grado 0 rispetto a qualsiasi variabile. La successione degli esponenti di  $y$  è 0, 7, 6, 4: non c'è decrescenza.

Un polinomio si dice **completo rispetto ad una lettera** se quella lettera compare con tutte le potenze, da quella di grado più alto a quella di grado zero; un polinomio si dice **incompleto rispetto ad una lettera** se non è completo rispetto a quella lettera.

Es:  $x^4y^2 + x^5 - 2y + 5$  è completo rispetto a  $y$  ma incompleto rispetto a  $x$  (mancano i termini di grado 1, 2, 3 rispetto a  $x$ ).

Es:  $2x^4 + x^2 - xy + 4x^3$  è incompleto rispetto alle lettere  $x$  e  $y$  perché manca il termine noto (cioè il termine di grado zero).

Es:  $x^3 + x^2z^2 - y + 3x^3y^2 - xy^3 - 1$  è completo rispetto alle lettere  $x$  e  $y$  ma è incompleto rispetto alla lettera  $z$  (manca infatti un termine di grado 1 per la lettera  $z$ ).

Es. *riassuntivo*: il polinomio  $-3x^4y + x^2y^3 - xy^2 - 5$  è un quadrimonio ridotto in forma normale, ha grado complessivo 5, ha grado 4 rispetto a  $x$ , ha grado 3 rispetto a  $y$ , è ordinato secondo le potenze decrescenti di  $x$ , non è ordinato rispetto a  $y$ , è incompleto rispetto a  $x$ , è completo rispetto a  $y$ , non è omogeneo, ha  $-5$  come termine noto.

Due polinomi, ridotti alla forma normale, si dicono **uguali** (o **identici**) se i termini che formano il primo polinomio sono uguali a quelli che formano il secondo, a meno dell'ordine con cui sono scritti.

Es:  $3x^4y + 6x^3y^3 - x$  e  $-x + 6x^3y^3 + 3x^4y$  sono polinomi uguali (sono già ridotti in forma normale).

Es:  $x^2y + 3xy^3 - 4yx^2 + 7xy^3$  e  $10xy^3 - 2x^2y - x^2y$  sono polinomi uguali (non sono però ridotti in forma normale).

Es: i polinomi  $x^3y^2 - 2x^2y^2 + 3x^3y^2$  e  $4x^3y^2 - x^2y^2 - x^2y^2$  sono uguali (basta infatti ridurli entrambi alla forma normale).

Due polinomi, ridotti alla forma normale, si dicono **opposti** se i termini che formano il primo polinomio sono opposti a quelli che formano il secondo polinomio. La somma algebrica di due polinomi opposti è il polinomio nullo.

Es:  $3x^2y - 7y^4z^2$  e  $-3x^2y + 7y^4z^2$  sono polinomi opposti (già ridotti in forma normale).

Es:  $3x^2y^6 - 4xy^4 + 2x^2y^6$  e  $4xy^4 - 5x^2y^6$  sono polinomi opposti (il primo non è ridotto in forma normale).

Es:  $x + 5x^4y^3$  e  $-x - 5y^3x^4$  sono polinomi opposti (si noti che non conta l'ordine con cui sono scritte le lettere all'interno di ogni monomio).

Il **valore** di un polinomio per particolari valori attribuiti alle lettere è il numero che si ottiene sostituendo alle lettere i valori indicati e calcolando l'espressione numerica ottenuta.

Es: il valore del polinomio  $x^4 - 4x^2 + 3$  per  $x = 2$  è  $2^4 - 4 \cdot (2)^2 + 3 = 16 - 4 \cdot 4 + 3 = 3$ .

Es: il valore del polinomio  $x^2y - 3y + 5xy^2$  per  $x = 1$  e  $y = -2$  è  $(1)^2 \cdot (-2) - 3 \cdot (-2) + 5 \cdot (1) \cdot (-2)^2 = -2 + 6 + 20 = 24$ .

**Principio di identità dei polinomi**: se due polinomi contenenti le stesse lettere, assumono lo stesso valore per tutti i valori attribuiti alle lettere, allora i due polinomi sono uguali, cioè ridotti alla forma normale, sono formati, salvo l'ordine, dagli stessi termini.

**Principio di identità dei polinomi in una variabile**: se due polinomi in una variabile, aventi grado  $n$ , assumono lo stesso valore per  $n + 1$  valori distinti della variabile, essi sono uguali.

Es: se calcoliamo il valore dei due polinomi  $A(x) = 3x - 2x^2 + 1$  e  $B(x) = x(1 - 2x) + 2(1 + x) - 1$  per i tre ( $=2+1$ ) valori distinti  $x = 0$ ,  $x = 1$  e  $x = -1$  otteniamo:  $A(0) = B(0) = 1$ ;  $A(1) = B(1) = 2$ ;  $A(-1) = B(-1) = -4$ . Possiamo quindi affermare che i due polinomi sono uguali anche se non abbiamo ridotto in forma normale il polinomio  $B(x)$ .

La **somma algebrica di due o più polinomi** è il polinomio avente per termini tutti i termini dei polinomi addendi.

Es:  $(3xy + x^2y^3 - 4x^3y^2) + (4x^2y^3 - xy - 2x^3y^2) = 2xy + 5x^2y^3 - 6x^3y^2$ .

Es:  $(-x^5y^2z + 2x^2y^3 - xz^2) - (x^5y^2 + 3xz^2 - 5x^2y^3) = -x^5y^2z - x^5y^2 - 4xz^2 + 7x^2y^3$ .

Il grado complessivo della somma algebrica di due polinomi è minore o uguale al massimo grado complessivo.

Es: il polinomio  $(4x^2y - 5x^6) + 2x$  ha grado 6; il polinomio  $(xy^5) + (4x^2y^2 - xy^5)$  ha grado 4.

Il **prodotto di un polinomio per un polinomio** è il polinomio che si ottiene moltiplicando ogni termine del primo polinomio per ogni termine del secondo polinomio. Il grado complessivo del polinomio prodotto è uguale alla **somma dei gradi complessivi** dei polinomi fattori.

Es:  $(x - 2) \cdot (3 - 2xy^2) = 3x - 6 - 2x^2y^2 + 4xy^2$ .

Es:  $(1 - 2x) \cdot (4 + x) = 4 - 8x + x - 2x^2 = 4 - 7x - 2x^2$ .

Es:  $(4 + x) \cdot (2 - xy) \cdot (x^2 - 1) = (8 + 2x - 4xy - x^2y) \cdot (x^2 - 1) = 8x^2 + 2x^3 - 4x^3y - x^4y - 8 - 2x + 4xy + x^2y$ ; per svolgere il calcolo abbiamo sfruttato la *proprietà associativa* della moltiplicazione.

Es: per calcolare  $(x + y)^2$  è sufficiente ricordare la definizione stessa di potenza; in questo caso basta effettuare la moltiplicazione  $(x + y) \cdot (x + y)$ , ottenendo come risultato  $x^2 + 2xy + y^2$ .

Es: in modo del tutto analogo, per calcolare  $(x + y)^3$  è sufficiente calcolare  $(x + y) \cdot (x + y) \cdot (x + y) = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x + y) = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ .

Es: calcoliamo  $(x + y)^4$ :  $((x + y)^2)^2 = (x^2 + 2xy + y^2)^2 = (x^2 + 2xy + y^2) \cdot (x^2 + 2xy + y^2) = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$ .

Un **polinomio P** è **divisibile per un monomio M non nullo** se esiste un polinomio  $Q$  che, moltiplicato per il monomio  $M$ , dà come risultato il polinomio di partenza  $P$ . Deve risultare quindi:  $P = M \cdot Q$ .  $P$  è detto polinomio **dividendo**,  $M$  monomio **divisore** e  $Q$  polinomio **quoziente**. Un polinomio  $P$  è divisibile per un monomio  $M$  non nullo se ogni termine del polinomio  $P$  è divisibile per il monomio  $M$ .

Es: il polinomio  $x^2y^3 - 5x^4y^2$  è divisibile per il monomio  $4x^2y$  ma non è divisibile per il monomio  $x^3y^2$ .

Il **quoziente tra un polinomio e un monomio** è il polinomio ottenuto dividendo ogni termine del polinomio dividendo per il monomio divisore. Il grado complessivo del polinomio quoziente tra un polinomio e un monomio è uguale alla **differenza dei gradi complessivi** del polinomio dividendo e del monomio divisore.

Es:  $(6x^4 + 4x^2 - 8x^6 - 2x) : (2x) = (\frac{6}{2})x^{4-1} + (\frac{4}{2})x^{2-1} + (\frac{-8}{-2})x^{6-1} + (\frac{-2}{2})x^{1-1} = 3x^3 + 2x - 4x^5 - 1$ .

Es:  $(\frac{2}{3}x^5y^5z^8w^9 + x^6y^6z^7w^8t^4) : (-\frac{3}{4}x^3y^5z^7w^3) = \frac{2}{3} \cdot (-\frac{4}{3})x^{5-3}y^{5-5}z^{8-7}w^{9-3} + 1 \cdot (-\frac{4}{3})x^{6-3}y^{6-5}z^{7-7}w^{8-3}t^{4-0} = -\frac{8}{9}x^2zw^6 - \frac{4}{3}x^3yw^5t^4$ .