

Esercizi di Matematica 1^aC Liceo delle Scienze Applicate 22/12/2017

Esercizio 1. Sviluppa $(3x + 1 - y^2)(3x + 1 + y^2)$. [R. $(3x + 1)^2 - (y^2)^2 = 9x^2 + 6x + 1 - y^4$.]

Esercizio 2. Sviluppa $(2xy^2 - 1)^7$ utilizzando il triangolo di Tartaglia. Quanto vale l'espressione per $x = 1$ e $y = -1$? [R. $128x^7y^{14} - 448x^6y^{12} + 672x^5y^{10} - 560x^4y^8 + 280x^3y^6 - 84x^2y^4 + 14xy^2 - 1$.]

Esercizio 3. Sviluppa $(x - 1)(y + 2)(xy - 1) + (x - 2y)(3x^2 + y)$.
[R. $x^2y^2 - 2xy - 4x^2y - 2x - xy^2 + y + 2 + 3x^3 - 2y^2$.]

Esercizio 4. Calcola $59 \cdot 61$ utilizzando i prodotti notevoli; (suggerimento: scrivi il prodotto come $(60 - 1) \cdot (60 + 1)$ e sfrutta la formula $(A - B) \cdot (A + B) = A^2 - B^2$).

Esercizio 5. Si trovi la formula generale per il cubo di un trinomio; (suggerimento:

$$(A + B + C)^3 = [(A + B) + C]^3 = (A + B)^3 + 3(A + B)^2C + 3(A + B)C^2 + C^3 = \dots = \\ = A^3 + 3A^2B + 3A^2C + 3AB^2 + 6ABC + 3AC^2 + B^3 + 3B^2C + 3BC^2 + C^3$$

si provi la formula per $A = B = C = 1$).

Esercizio 6. Sviluppa $(2x - y^2)^5$. Calcola inoltre il valore dell'espressione per $x = 1$ e $y = 0$.
[R. $32x^5 - 80x^4y^2 + 80x^3y^4 - 40x^2y^6 + 10xy^8 - y^{10}$]

Esercizio 7. Calcola $(x + 2y - x + y)^2$ (Suggerimento: guardare **attentamente** la parentesi..).

Esercizio 8. Svolgi l'espressione: $(x^2 - 2y^3)^2 \cdot (3x - y)$. [R. $3x^5 - x^4y - 12x^3y^3 + 4x^2y^4 + 12xy^6 - 4y^7$]

Esercizio 9. Semplifica la seguente espressione:

$$(-3a^3bc^2)(-2bc^2) + \left(-\frac{5}{4}ab\right) \left(-\frac{2}{5}abc\right) (-8ac^3) \quad [R. 2a^3b^2c^4] .$$

Esercizio 10. Semplifica la seguente espressione:

$$\left[-x^3y^5 - \left(-\frac{5}{4}xy^2\right)^2 \left(-\frac{32}{25}xy\right)\right]^3 \quad [R. x^9y^{15}] .$$

Esercizio 11. Semplifica la seguente espressione:

$$(-2xy)^2 : (xy^2) - (-2x^2) : (-4x) + \left\{ \left[4x \left(-\frac{1}{2}x^2y^3 \right)^2 \right] : (xy^2)^3 \right\} : (2x) \quad [R. 4x] .$$

Esercizio 12. Sviluppa le seguenti espressioni: $\left(\frac{1}{2} - 3x\right)^2$; $\left(3x - \frac{1}{2}\right)^2$. Cosa osservi? Se l'esponente è 3, cosa accade? Sai trovare una regola generale?

Esercizio 13. Sviluppa la seguente espressione: $(x^2 - 2y + 1)^3$.

[R. $x^6 - 6x^4y + 3x^4 + 12x^2y^2 - 12x^2y + 3x^2 - 8y^3 + 12y^2 - 6y + 1$]

Esercizio 14. Semplifica la seguente espressione: $x - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{3}{4}x + 0,5\right)^2$. [R. $-\frac{9}{16}x^2 + \frac{11}{6}x - \frac{119}{648}$]

Esercizio 15. Scrivi il grafo di calcolo dell'espressione $[(5 + 7) \cdot 2 + 6] \cdot (-3)$.

Esercizio 16. Se in un rettangolo si diminuisce la lunghezza di un lato del 20% e si aumenta la lunghezza dell'altro lato del 20% l'area resta invariata? Motivare la risposta.

Esercizio 17. Sviluppa $(x - 3y^2)^4$ con il triangolo di Tartaglia. [R. $x^4 - 12x^3y^2 + 54x^2y^4 - 108xy^6 + 81y^8$]

Esercizio 18. Sviluppa $(2x + y^3 - 5 - x^2)(y^3 + 5 - x^2 + 2x)$.

[R. $(2x + y^3 - x^2)^2 - 5^2 = 4x^2 + 4xy^3 - 4x^3 + y^6 - 2x^2y^3 + x^4 - 25$]

Esercizio 19. Calcola il quoziente e il resto della divisione $(2x^3 - x + 1) : (x - 1)$.

[R. $Q(x) = 2x^2 + 2x + 1$; $R = 2$; si verifichi in questo modo i risultati trovati:

$$(2x^2 + 2x + 1)(x - 1) + 2 = 2x^3 - x + 1]$$

Esercizio 20. Come devo scegliere k in modo tale che il resto della divisione $(x^2 - x + k) : (x + 2)$ sia uguale a 5? (suggerimento: si esegua la divisione polinomiale considerando k come parametro; si trova il risultato $k = -1$).

Esercizio 21. Determina k in modo tale che il resto della divisione $(x^3 - kx + 2) : (x - 1)$ abbia come resto 0. [R. $k = 3$]

Esercizio 22. Si determini il valore di k per cui la divisione polinomiale $(x^3 - 2x^2 + kx) : (x^2 - 1)$ è esatta (resto nullo). [R. il problema non ha soluzione]

Esercizio 23. Fattorizza il polinomio $x^2 + x - 20$. [R. $(x + 5)(x - 4)$]

Esercizio 24. Fattorizza il polinomio $4x^2 - 11x - 3$. [R. $(4x + 1)(x - 3)$ oppure $4\left(x + \frac{1}{4}\right)(x - 3)$]

Esercizio 25. Dimostra che la differenza dei quadrati di due numeri naturali, che differiscono di 2, è un multiplo di 4; (suggerimento: indica con x uno dei due numeri, l'altro sarà...).

Esercizio 26. Dimostra che la differenza dei quadrati di due numeri dispari consecutivi è uguale al quadruplo del numero pari compreso tra i due dispari. *Suggerimento: scelto $2x - 1$ come numero dispari minore, quello maggiore è, chiaramente, $2x + 1$. Si osservi che il numero pari compreso tra di essi è $2x$.*

Esercizio 27. Dimostra che la differenza tra il quadrato di un numero dispari e il quadrato del numero pari immediatamente precedente è uguale al successivo del doppio del numero pari. *Suggerimento: il numero pari sia $2x$, quindi il numero dispari è $2x + 1$.*

Esercizio 28. Dimostra che la differenza dei cubi di due dispari consecutivi supera di 2 il sestuplo del quadrato del numero pari compreso tra i due dispari.