

Quesiti ufficiali di geometria analitica dello spazio

5^aC Liceo Scientifico 2019/2020

Si tratta di una raccolta di quesiti (quasi tutti) dei temi di maturità riguardanti la geometria analitica dello spazio, dal 2015 in poi.

Esercizio 1. Dati i punti $A(-2; 3; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; 2; -3)$, determinare l'equazione della retta r passante per A e per B e l'equazione del piano π perpendicolare ad r e passante per C .

[Quesito 5, Maturità 2017]

Esercizio 2. Dato il piano $\pi : x + 2y - z + 1 = 0$ ed il suo punto $P(1; 0; 2)$, si determinino le sfere di raggio $\sqrt{6}$ tangenti a π in P .

[Quesito 7, Maturità 2017]

Esercizio 3. Date le rette $r : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ e il punto $P(1; 0; -2)$,

determinare l'equazione del piano passante per P e parallelo alle due rette.

[Quesito 9, Maturità 2016]

Esercizio 4. Una sfera, il cui centro è il punto $C(-2; -1; 2)$, è tangente al piano π avente equazione $\pi : 2x - 2y + z - 9 = 0$. Qual è il punto di tangenza? Qual è il raggio della sfera?

[Quesito 4, Maturità 2016]

Esercizio 5. Determinare un'espressione analitica della retta perpendicolare nell'origine al piano di equazione $x + y - z = 0$.

[Quesito 5, Maturità 2015]

Esercizio 6. In un sistema di riferimento cartesiano nello spazio $Oxyz$ sono dati i punti $A(-3; 4; 0)$, $B(-2; 1; 2)$. I tre punti O , A e B giacciono su un piano α ; determinare l'equazione che descrive il piano α .

[Quesito 4, Maturità Suppletiva 2015]

Esercizio 7. I punti $A(3, 4, 1)$, $B(6, 3, 2)$, $C(3, 0, 3)$, $D(0, 1, 2)$ sono vertici di un quadrilatero $ABCD$. Si dimostri che tale quadrilatero è un parallelogramma e si controlli se esso è un rettangolo.

[Quesito 6, Maturità Suppletiva 2016]

Esercizio 8. Determinare la distanza tra il punto $P(2, 1, 1)$ e la retta $r : \begin{cases} x + y = z + 1 \\ z = -y + 1 \end{cases}$.

[Quesito 7, Maturità Suppletiva 2016]

Esercizio 9. Dati i punti $A(4, 14, 17)$, $B(16, 11, 14)$, $C(16, 2, 23)$: a) si dimostri che il triangolo ABC è isoscele e rettangolo; b) quali sono le coordinate del punto D tale che $ABCD$ sia un quadrato?

[Quesito 9, Americhe 2016]

Esercizio 10. Dati i punti $A(2, 4, -8)$ e $B(-2, 4, -4)$, determinare l'equazione della superficie sferica di diametro AB e l'equazione del piano tangente alla sfera e passante per A .

[Quesito 4, Maturità Straordinaria 2016]

Esercizio 11. Dati i punti $A(-2, 0, 1)$, $B(1, 1, 2)$, $C(0, -1, -2)$, $D(1, 1, 0)$, determinare l'equazione del piano α passante per i punti A , B , C e l'equazione della retta passante per D e perpendicolare al piano α .

[Quesito 9, Maturità Straordinaria 2016]

Esercizio 12. In un riferimento cartesiano nello spazio $Oxyz$, data la retta $r : \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t + 1 \\ z = kt \end{cases}$ e il piano $\alpha : x + 2y - z + 2 = 0$, determinare per quale valore di k la retta r e il piano α sono paralleli, e la distanza tra di essi.

[Quesito 9, Simulazione del MIUR - 29 aprile 2016]

Esercizio 13. Determinare un'espressione analitica della retta perpendicolare nel punto $(1, 1, 1)$ al piano di equazione $2x - 3y + z = 0$.

[Quesito 1, Simulazione del MIUR - 10 dicembre 2015]

Esercizio 14. Nello spazio sono dati due piani α e β rispettivamente di equazione: $\alpha : x - 3y + z - 5 = 0$, $\beta : x + 2y - z + 3 = 0$. Dopo aver determinato l'equazione parametrica della retta r comune ad entrambi, verificare che essa appartiene al piano $\gamma : 3x + y - z + 1 = 0$.

[Quesito 4, Straordinaria 2015]

Esercizio 15. In un sistema di riferimento cartesiano il piano $\alpha : 3x - 4y - 2z = 0$ è tangente a una sfera avente come centro il punto $C(3, 3, 0)$. Determinare l'equazione della sfera.

[Quesito 6 modificato, Maturità Straordinaria 2017]

Esercizio 16. Determinare la distanza tra il punto $P(6, 6, 8)$ e la retta $r : \begin{cases} x - y = 2z + 1 \\ z = y + 1 \end{cases}$.

[Quesito 6, Maturità Suppletiva 2017]

Esercizio 17. Determinare l'equazione della superficie sferica \mathcal{S} , con centro sulla retta $r : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

tangente al piano $\pi : 3x - y - 2z + 14 = 0$ nel punto $T = (-4, 0, 1)$.

[Quesito 6, Maturità 2018]

Esercizio 18. Sono dati, nello spazio tridimensionale, i punti $A(3, 1, 0)$, $B(3, -1, 2)$, $C(1, 1, 2)$. Dopo aver verificato che ABC è un triangolo equilatero e che è contenuto nel piano $\alpha : x + y + z - 4 = 0$, stabilire quali sono i punti P tali che $ABCP$ sia un tetraedro regolare.

[Quesito 9, Maturità 2018]

Esercizio 19. Determinare il luogo geometrico dei punti $P(x, y, z)$ equidistanti dai punti $A(0, 1, 2)$ e $B(-3, 2, 0)$.

[Quesito 9, Maturità Suppletiva 2018]

Esercizio 20. Determinare le coordinate dei punti nello spazio che giacciono sulla retta perpendicolare nel punto $(1, 1, 1)$ al piano di equazione $2x - y - z = 0$, a distanza 6 da tale piano.

[Quesito 8, Maturità Straordinaria 2018]

Esercizio 21. Dati i punti $A(2, 0, -1)$ e $B(-2, 2, 1)$, provare che il luogo geometrico dei punti P dello spazio, tali che $\overline{PA} = \sqrt{2} \cdot \overline{PB}$, è costituito da una superficie sferica \mathcal{S} e scrivere la sua equazione cartesiana.

Verificare che il punto $T(-10, 8, 7)$ appartiene a \mathcal{S} e determinare l'equazione del piano tangente in T a \mathcal{S} .

[Quesito 4, Maturità 2019]

Esercizio 22. Considerati i punti $A(2, 3, 6)$, $B(6, 2, -3)$, $C(3, -6, 2)$ nello spazio tridimensionale, verificare che i segmenti OA , OB , OC (dove il punto O indica l'origine degli assi) costituiscono tre spigoli di un cubo.

Determinare il centro e il raggio della sfera \mathcal{S} circoscritta a tale cubo.

[Quesito 4, Maturità Suppletiva 2019]

Esercizio 23. Sono assegnati, nello spazio tridimensionale, i punti $A(-1, 3, 2)$, $B(3, 4, 2)$, $C(5, 1, 4)$, $D(1, 0, 4)$. Dopo aver dimostrato che $ABCD$ è un rombo, determinare l'area di tale rombo ed il raggio della circonferenza in esso inscritta.

[Quesito 4, Maturità Americhe (boreale) 2019]