

## Quesiti ufficiali di geometria analitica dello spazio

5<sup>a</sup>C Liceo Scientifico 2019/2020

*Si tratta di una raccolta di quesiti (quasi tutti) dei temi di maturità riguardanti la geometria analitica dello spazio, dal 2015 in poi.*

**Esercizio 1.** Dati i punti  $A(-2; 3; 1)$ ,  $B(3; 0; -1)$ ,  $C(2; 2; -3)$ , determinare l'equazione della retta  $r$  passante per  $A$  e per  $B$  e l'equazione del piano  $\pi$  perpendicolare ad  $r$  e passante per  $C$ .

[Quesito 5, Maturità 2017]

**Esercizio 2.** Dato il piano  $\pi : x + 2y - z + 1 = 0$  ed il suo punto  $P(1; 0; 2)$ , si determinino le sfere di raggio  $\sqrt{6}$  tangenti a  $\pi$  in  $P$ .

[Quesito 7, Maturità 2017]

**Esercizio 3.** Date le rette  $r : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$  e  $s : \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$  e il punto  $P(1; 0; -2)$ ,

determinare l'equazione del piano passante per  $P$  e parallelo alle due rette.

[Quesito 9, Maturità 2016]

**Esercizio 4.** Una sfera, il cui centro è il punto  $C(-2; -1; 2)$ , è tangente al piano  $\pi$  avente equazione  $\pi : 2x - 2y + z - 9 = 0$ . Qual è il punto di tangenza? Qual è il raggio della sfera?

[Quesito 4, Maturità 2016]

**Esercizio 5.** Determinare un'espressione analitica della retta perpendicolare nell'origine al piano di equazione  $x + y - z = 0$ .

[Quesito 5, Maturità 2015]

**Esercizio 6.** In un sistema di riferimento cartesiano nello spazio  $Oxyz$  sono dati i punti  $A(-3; 4; 0)$ ,  $B(-2; 1; 2)$ . I tre punti  $O$ ,  $A$  e  $B$  giacciono su un piano  $\alpha$ ; determinare l'equazione che descrive il piano  $\alpha$ .

[Quesito 4, Maturità Suppletiva 2015]

**Esercizio 7.** I punti  $A(3, 4, 1)$ ,  $B(6, 3, 2)$ ,  $C(3, 0, 3)$ ,  $D(0, 1, 2)$  sono vertici di un quadrilatero  $ABCD$ . Si dimostri che tale quadrilatero è un parallelogramma e si controlli se esso è un rettangolo.

[Quesito 6, Maturità Suppletiva 2016]

**Esercizio 8.** Determinare la distanza tra il punto  $P(2, 1, 1)$  e la retta  $r : \begin{cases} x + y = z + 1 \\ z = -y + 1 \end{cases}$ .

[Quesito 7, Maturità Suppletiva 2016]

**Esercizio 9.** Dati i punti  $A(4, 14, 17)$ ,  $B(16, 11, 14)$ ,  $C(16, 2, 23)$ : a) si dimostri che il triangolo  $ABC$  è isoscele e rettangolo; b) quali sono le coordinate del punto  $D$  tale che  $ABCD$  sia un quadrato?

[Quesito 9, Americhe 2016]

**Esercizio 10.** Dati i punti  $A(2, 4, -8)$  e  $B(-2, 4, -4)$ , determinare l'equazione della superficie sferica di diametro  $AB$  e l'equazione del piano tangente alla sfera e passante per  $A$ .

[Quesito 4, Maturità Straordinaria 2016]

**Esercizio 11.** Dati i punti  $A(-2, 0, 1)$ ,  $B(1, 1, 2)$ ,  $C(0, -1, -2)$ ,  $D(1, 1, 0)$ , determinare l'equazione del piano  $\alpha$  passante per i punti  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e l'equazione della retta passante per  $D$  e perpendicolare al piano  $\alpha$ .

[Quesito 9, Maturità Straordinaria 2016]

**Esercizio 12.** In un riferimento cartesiano nello spazio  $Oxyz$ , data la retta  $r : \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t + 1 \\ z = kt \end{cases}$  e il piano  $\alpha : x + 2y - z + 2 = 0$ , determinare per quale valore di  $k$  la retta  $r$  e il piano  $\alpha$  sono paralleli, e la distanza tra di essi.

[Quesito 9, Simulazione del MIUR - 29 aprile 2016]

**Esercizio 13.** Determinare un'espressione analitica della retta perpendicolare nel punto  $(1, 1, 1)$  al piano di equazione  $2x - 3y + z = 0$ .

[Quesito 1, Simulazione del MIUR - 10 dicembre 2015]

**Esercizio 14.** Nello spazio sono dati due piani  $\alpha$  e  $\beta$  rispettivamente di equazione:  $\alpha : x - 3y + z - 5 = 0$ ,  $\beta : x + 2y - z + 3 = 0$ . Dopo aver determinato l'equazione parametrica della retta  $r$  comune ad entrambi, verificare che essa appartiene al piano  $\gamma : 3x + y - z + 1 = 0$ .

[Quesito 4, Straordinaria 2015]

**Esercizio 15.** In un sistema di riferimento cartesiano il piano  $\alpha : 3x - 4y - 2z = 0$  è tangente a una sfera avente come centro il punto  $C(3, 3, 0)$ . Determinare l'equazione della sfera.

[Quesito 6 modificato, Maturità Straordinaria 2017]

**Esercizio 16.** Determinare la distanza tra il punto  $P(6, 6, 8)$  e la retta  $r : \begin{cases} x - y = 2z + 1 \\ z = y + 1 \end{cases}$ .

[Quesito 6, Maturità Suppletiva 2017]

**Esercizio 17.** Determinare l'equazione della superficie sferica  $\mathcal{S}$ , con centro sulla retta  $r : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$  tangente al piano  $\pi : 3x - y - 2z + 14 = 0$  nel punto  $T = (-4, 0, 1)$ .

[Quesito 6, Maturità 2018]

**Esercizio 18.** Sono dati, nello spazio tridimensionale, i punti  $A(3, 1, 0)$ ,  $B(3, -1, 2)$ ,  $C(1, 1, 2)$ . Dopo aver verificato che  $ABC$  è un triangolo equilatero e che è contenuto nel piano  $\alpha : x + y + z - 4 = 0$ , stabilire quali sono i punti  $P$  tali che  $ABCP$  sia un tetraedro regolare.

[Quesito 9, Maturità 2018]

**Esercizio 19.** Determinare il luogo geometrico dei punti  $P(x, y, z)$  equidistanti dai punti  $A(0, 1, 2)$  e  $B(-3, 2, 0)$ .

[Quesito 9, Maturità Suppletiva 2018]

**Esercizio 20.** Determinare le coordinate dei punti nello spazio che giacciono sulla retta perpendicolare nel punto  $(1, 1, 1)$  al piano di equazione  $2x - y - z = 0$ , a distanza 6 da tale piano.

[Quesito 8, Maturità Straordinaria 2018]

**Esercizio 21.** Dati i punti  $A(2, 0, -1)$  e  $B(-2, 2, 1)$ , provare che il luogo geometrico dei punti  $P$  dello spazio, tali che  $\overline{PA} = \sqrt{2} \cdot \overline{PB}$ , è costituito da una superficie sferica  $\mathcal{S}$  e scrivere la sua equazione cartesiana.

Verificare che il punto  $T(-10, 8, 7)$  appartiene a  $\mathcal{S}$  e determinare l'equazione del piano tangente in  $T$  a  $\mathcal{S}$ .

[Quesito 4, Maturità 2019]

**Esercizio 22.** Considerati i punti  $A(2, 3, 6)$ ,  $B(6, 2, -3)$ ,  $C(3, -6, 2)$  nello spazio tridimensionale, verificare che i segmenti  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  (dove il punto  $O$  indica l'origine degli assi) costituiscono tre spigoli di un cubo.

Determinare il centro e il raggio della sfera  $\mathcal{S}$  circoscritta a tale cubo.

[Quesito 4, Maturità Suppletiva 2019]

**Esercizio 23.** Sono assegnati, nello spazio tridimensionale, i punti  $A(-1, 3, 2)$ ,  $B(3, 4, 2)$ ,  $C(5, 1, 4)$ ,  $D(1, 0, 4)$ . Dopo aver dimostrato che  $ABCD$  è un rombo, determinare l'area di tale rombo ed il raggio della circonferenza in esso inscritta.

[Quesito 4, Maturità Americhe (boreale) 2019]