

Esercizi sulle affinità 4^ª Liceo Scientifico 13/02/2018

Esercizio 1. Si determinino i punti fissi dell'affinità $\begin{cases} x' = 3x - 5y + 4 \\ y' = x - 3y - 1 \end{cases}$. Si determinino le rette invarianti. Qual è l'immagine della retta $r: x + 3y - 6 = 0$? Qual è la controimmagine della retta $s': y' = 3x' - 25$?
[R. $U(-7, -2)$; $y = x + 5$, $x = 5y + 3$; $r': 3x' - 7y' = 31$; $s: 2x - 3y - 3 = 0$]

Esercizio 2. Si dimostri che la cubica $y = x^3 - 3x^2 - 2x + 1$ è simmetrica rispetto al punto $C(1, -3)$.

Esercizio 3. Si scriva la rotazione ψ_1 di 30 gradi in senso antiorario, di centro $C_1 = (1, 0)$. Si scriva la simmetria ψ_2 rispetto alla retta $x = -2$. Si scriva la composizione $\psi_2 \circ \psi_1$; che tipo di isometria è?

Esercizio 4. Sono assegnati i punti $A(0, 0)$, $B(1, -1)$, $C(-1, 4)$, $D(0, -1)$. Si determini la similitudine diretta che trasforma il segmento AB nel segmento CD .
[R. $x' = 3x + 2y - 1$, $y' = -2x + 3y + 4$]

Si determini la similitudine indiretta che trasforma il segmento AB nel segmento CD .
[R. $x' = -2x - 3y - 1$, $y' = -3x + 2y + 4$]

Esercizio 5. Sono assegnati i punti $A(1, 0)$, $B(3, 1)$, $C(4, 3)$, $D(5, 1)$. Si determini la rotazione che trasforma il segmento AB nel segmento CD . Qual è il suo centro? [R. Rotaz. di 90 gradi in senso orario con centro $\Omega = (4, 0)$.]

Esercizio 6. Sono assegnati i punti $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$. Scrivi l'affinità che trasforma i punti A, B, C rispettivamente nei punti B, C, A . Di quale trasformazione si tratta? [R. $x' = -x - y + 1$, $y' = x$]

Esercizio 7. Scrivi la rotazione di centro O che trasforma l'asse y nella retta $y = -5x$.
[R. $x' = \frac{5}{\sqrt{26}}x - \frac{1}{\sqrt{26}}y$, $y' = \frac{1}{\sqrt{26}}x + \frac{5}{\sqrt{26}}y$]

Esercizio 8. Scrivi un'affinità qualsiasi che trasforma l'asse y nella retta $y = -5x$.

Esercizio 9. Si determinino tutte le traslazioni che trasformano la retta $y = x - 2$ nella retta $y = x + 3$.
[R. $x' = x + k$, $y' = y + k + 5$]

Esercizio 10. Si scrivano le equazioni della glissosimmetria ψ che ha come retta di simmetria $r: y = -x + 1$ e come vettore di traslazione $\vec{v} = (-3, 3)$. [R. $x' = -y - 2$, $y' = -x + 4$]

Esercizio 11. Si consideri la parabola γ avente vertice nell'origine e fuoco in $F(0, 1)$. Qual è l'equazione della parabola γ' immagine di γ mediante la rotazione di 90 gradi in senso antiorario e centro $C(2, -3)$? Determinare il vertice, il fuoco e la direttrice di γ' ? [R. $\gamma': y'^2 + 4x' + 10y' + 29 = 0$; $V'(-1, -5)$; $F'(-2, -5)$; direttrice: $x' = 0$]

Esercizio 12. Si determini l'equazione dell'iperbole γ avente centro nell'origine, un fuoco in $F_1(6, 4)$, un vertice in $V_1(3, 2)$. Qual è la sua eccentricità? [R. $\gamma: 23x^2 + 48xy + 3y^2 - 507 = 0$; $e = 2$]

Esercizio 13. Si scriva l'equazione della parabola avente come asse di simmetria la retta $x + y = 0$, vertice nell'origine e passante per il punto $P(-1, 0)$. Qual è il suo fuoco? [R. $x^2 + 2xy + y^2 + x - y = 0$; $F(-\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$]

Esercizio 14. Si consideri l'ellisse $\gamma: 5x^2 - 4xy + 8y^2 = 36$. Sfruttando la rotazione in senso orario di ampiezza $\arccos\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$, determinare i fuochi e i vertici. Qual è la sua area?

[R. Fuochi $F_{1,2} = (\pm 2, \pm 1)$, vertici $V_{1,2} = \left(\pm \frac{6}{\sqrt{5}}, \pm \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$, $V_{3,4} = \left(\pm \frac{2}{\sqrt{5}}, \mp \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$; area = 6π]

Esercizio 15. Si scrivano le equazioni della simmetria assiale rispetto alla retta $r: y = x - 3$.

Si determini l'immagine della conica $\gamma: x^2 - xy - 2y^2 - 2x = 0$. [R. $2x'^2 + x'y' - y'^2 - 9x' - 7y' + 6 = 0$]

Esercizio 16. Si determini l'equazione dell'iperbole in figura. [R. $x^2 + 6xy - 7y^2 - 16 = 0$; asintoti: $y = x$, $y = -\frac{1}{7}x$]

