

Esercizi sull'ellisse II^a A Classico 26/10/2015

Esercizio 1. Data l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ si determinino le coordinate dei due fuochi F_1 e F_2 e le equazioni delle rispettive direttrici d_1 e d_2 . Si consideri poi il punto $P(0, 3)$ e si verifichi che $dist(P, F_1) = e \cdot dist(P, d_1)$ dove e è l'eccentricità dell'ellisse.

[Sol. I fuochi sono $F_{1,2} = (\pm 4, 0)$, le rispettive direttrici sono $d_{1,2} : x = \pm \frac{25}{4}$, $e = \frac{4}{5}$]

Esercizio 2. Data l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$ si determinino le coordinate dei due fuochi F_1 e F_2 e le equazioni delle rispettive direttrici d_1 e d_2 . Si consideri poi il punto $P(-8, 0)$ e si verifichi che $dist(P, F_1) = e \cdot dist(P, d_1)$ dove e è l'eccentricità dell'ellisse.

[Sol. I fuochi sono $F_{1,2} = (0, \pm 6)$, le rispettive direttrici sono $d_{1,2} : y = \pm \frac{50}{3}$, $e = \frac{3}{5}$]

Esercizio 3. Data l'ellisse di equazione $16x^2 + 25y^2 - 32x + 200y + 16 = 0$, si determinino le coordinate dei due fuochi F_1 e F_2 e le equazioni delle rispettive direttrici d_1 e d_2 . Si consideri poi il punto $P(6, -4)$ e si verifichi che $dist(P, F_1) = e \cdot dist(P, d_1)$ dove e è l'eccentricità dell'ellisse.

[Sol. L'ellisse ha equazione canonica $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+4)^2}{16} = 1$; i fuochi sono $F_1 = (-2, -4)$ e $F_2 = (4, -4)$; le rispettive direttrici sono $d_1 : x = -\frac{22}{3}$ e $d_2 : x = \frac{28}{3}$; $e = \frac{3}{5}$]

Esercizio 4. Si disegni nel piano cartesiano l'ellisse di equazione $9x^2 + 4y^2 + 36x - 8y + 4 = 0$. Si determinino le equazioni delle rette tangenti all'ellisse condotte dal punto $P(-6, -2)$; quali sono le coordinate dei rispettivi punti di tangenza?

[Sol. L'ellisse ha equazione canonica $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$; le rette tangenti hanno equazioni $y = -2$ e $y = 2x + 10$. I rispettivi punti di tangenza sono $T_1 = (-2, -2)$ e $T_2 = (-\frac{18}{5}, \frac{14}{5})$.]

Esercizio 5. Si disegni nel piano cartesiano l'ellisse di equazione $x^2 + 4y^2 - 4x + 8y - 28 = 0$. Si determinino le equazioni delle rette tangenti all'ellisse condotte dal punto $P(-4, 5)$.

[Sol. L'ellisse ha equazione canonica $\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$. Le rette tangenti hanno equazioni $x = -4$, $y = -\frac{3}{8}x + \frac{7}{2}$.]

Esercizio 6. Si disegni nel piano cartesiano l'ellisse di equazione $25x^2 + 16y^2 - 100x - 96y - 156 = 0$. Si determinino le equazioni delle rette tangenti all'ellisse e perpendicolari alla retta $y = -\frac{1}{3}x + 2015$.

[Sol. L'ellisse ha equazione canonica $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{25} = 1$. Le rette tangenti hanno equazioni $y = 3x + 10$, $y = 3x - 16$.]