

Liceo "E. Fermi" Cecina - Prof. Francesco Daddi
Autoverifica 3^aA Scientifico 26/10/2021

Questa scheda ha lo scopo di aiutare lo studente a valutare la propria preparazione in vista della prossima verifica scritta. Svolgere due esercizi tra gli ultimi quattro. Punteggio di partenza 2/10. Ogni esercizio vale 0,8/10.

Esercizio 1. Si tracci nel piano cartesiano la curva $y = (x + 4)^2 (x + 1)^4 (x - 3) (x - 5)^3$. Successivamente si sfrutti il grafico per risolvere la disequazione

$$(x + 4)^2 (x + 1)^4 (x - 3) (x - 5)^3 < 0.$$

R. (3; 5)

Esercizio 2. Si tracci nel piano cartesiano la curva $y = (x + 3)^4 (1 - x) (x - 2)^3 (6 - x)^{53} (x - 10)^8$. Successivamente si sfrutti il grafico per risolvere la disequazione

$$(x + 3)^4 (1 - x) (x - 2)^3 (6 - x)^{53} (x - 10)^8 > 0.$$

R. (1; 2) \cup (6; 10) \cup (10; $+\infty$)

Esercizio 3. Tracciare nel piano cartesiano la curva di equazione

$$y = |x + 4| + 2|x + 2| - 2|x - 1| + |x - 4|.$$

Esercizio 4. Risolvere la disequazione

$$|x + 3| + 2|x - 1| - 2|x - 3| > 2x + 1$$

sia algebricamente sia geometricamente, tracciando i due grafici nel piano cartesiano.

R. $(-\infty; -2) \cup (2; 6)$

Esercizio 5. Risolvere la disequazione $|x^2 - 8x| \leq x + 6$.

$$\text{R. } \left[\frac{9 - \sqrt{105}}{2}; 1 \right] \cup \left[6; \frac{9 + \sqrt{105}}{2} \right]$$

Esercizio 6. Risolvere la disequazione $\frac{x^2 - 4x + 3}{4 - x^2} \leq 0$.

R. $(-\infty; -2) \cup [1; 2) \cup [3; +\infty)$

Esercizio 7. Risolvere la disequazione $\sqrt{x^2 - 9} \geq x - 1$.

R. $(-\infty; -3] \cup [5; +\infty)$

Esercizio 8. Risolvere la disequazione $\sqrt{x + 2} < 10 - x$.

R. $[-2; 7)$

Esercizio 9. Assegnati i due punti $A(-1; 2)$ e $B(3; 0)$, si determini l'equazione dell'asse r del segmento AB . Determinare poi i due punti P_1 e P_2 della retta r che hanno distanza $\sqrt{13}$ dal punto $E(6, 3)$.

R. L'asse di AB ha equazione cartesiana $y = 2x - 1$; i due punti richiesti sono $P_1(3, 5)$ e $P_2\left(\frac{13}{5}, \frac{21}{5}\right)$.

Esercizio 10. Assegnati i punti $A(4; 2)$ e $B(3; 1)$, si determini l'equazione della retta r passante per essi.

Determinare il punto $P \in r$ che minimizza la somma s dei quadrati delle distanze di P dall'origine e dall'asse x ; in sostanza risulta $s = (d(P, O))^2 + (d(P, \text{asse } x))^2$.

Determinare i punti Q_1 e Q_2 della retta r che hanno distanza $\sqrt{26}$ dal punto $E(0; 2)$.

R. La retta r ha equazione $y = x - 2$. Il punto che minimizza la somma s è $P\left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$; i due punti richiesti sono $Q_1(-1; -3)$ e $Q_2(5; 3)$.

Esercizio 11. Assegnata la retta $r: y = 3 - 2x$, si determinino i punti $P \in r$ per cui la somma s del quadrato della distanza dall'asse y con il triplo del quadrato della distanza dall'asse x (ossia $s = x_P^2 + 3y_P^2$) risulta maggiore di 7. Qual è il punto Q che minimizza tale somma s ?

R. Il punti richiesti sono della forma $P(t; 3 - 2t)$, con $t \in \left(-\infty; \frac{10}{13}\right) \cup (2; +\infty)$. Il minimo di s si ha nel punto $Q\left(\frac{18}{13}; \frac{3}{13}\right)$.

Esercizio 12. Assegnati i tre punti $A(-1; 1)$, $B(2; 0)$, $C(3; 1)$, si determinino i punti P della bisettrice del primo e terzo quadrante per cui risulta $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 = 64$. Qual è il punto Q della suddetta retta per cui risulta minima la quantità $s = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$?

R. I due punti sono $P_1(4; 4)$ e $P_2(-2; -2)$. Il punto che minimizza s è $Q(1; 1)$.