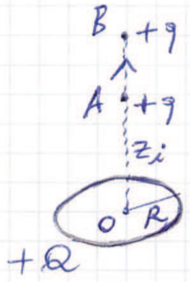
ESERCIZI III° CLASSICO 18/02/16

1) 

il punto A dista z_i dal centro O dell'anello;
il punto B dista z_f dal centro O;
SE UNA PARTICELLA +q VIENE POSTA (CON $v_i = 0$) NEL PUNTO A, QUAL È LA VELOCITÀ NEL PUNTO B?
(M È LA MASSA DELLA PARTICELLA)

2) STESSA SITUAZIONE CON UN DISCO AL POSTO DELL'ANELLO. (SUGG.: $\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$)

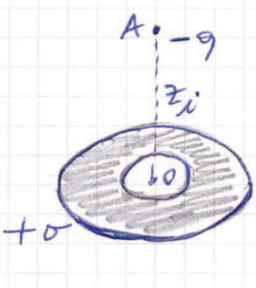
---

3) UNA PARTICELLA +q E DI MASSA M VIENE LANCIATA CON v_i VERSO UN ANELLO CARICO.

SE LA SUA POSIZIONE INIZIALE È MOLTO LONTANA DALL'ANELLO, COME DEVE ESSERE SCELTA v_i SE VOGLIAMO CHE SI ARRESTI NEL CENTRO O?

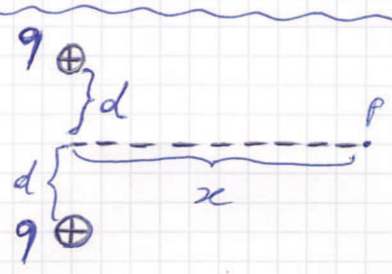
4) STESSO ESERCIZIO CON UN DISCO AL POSTO DELL'ANELLO.

---

5) 

SI CONSIDERI IL DISCO "BUCATO" CON RAGGIO ESTERNO R, RAGGIO INTERNO r, DENSITÀ DI CARICA $+\sigma$; NEL PUNTO A, POSTO A DISTANZA z_i DAL PUNTO O, VIENE COLLOCATA UNA CARICA $-q$; QUAL È LA VELOCITÀ DELLA PARTICELLA QUANDO TRANSITA DAL PUNTO O?
(LA PARTICELLA NEL PUNTO A È FERMA). (M = MASSA PARTICELLA)

---

6) 

SI CALCOLI IL POTENZIALE ED IL CAMPO ELETTRICO NEL PUNTO P; LE DUE CARICHE CHE GENERANO IL CAMPO SONO UGUALI.

SOLUZ. III° CLASSICO - 18/02/2016

1) $\frac{1}{2} M v_i^2 + V_i q = \frac{1}{2} M v_f^2 + V_f q$

$V(z) = \frac{KQ}{\sqrt{R^2+z^2}}$; $v_i = 0$

$V_i q = \frac{1}{2} M v_f^2 + V_f q \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2}{M} \cdot (V_i q - V_f q)}$

$v_f = \sqrt{\frac{2q}{M} \cdot (V_i - V_f)} \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2q}{M} \cdot \left(\frac{KQ}{\sqrt{R^2+z_i^2}} - \frac{KQ}{\sqrt{R^2+z_f^2}}\right)}$

$\Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2KQq}{M} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{R^2+z_i^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2+z_f^2}}\right)}$

---

2) IN MODO ANALOGO ALL'ES. N° 1 SI ARRIVA ALLA FORMULA

$v_f = \sqrt{\frac{2q}{M} (V_i - V_f)}$; $V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(\sqrt{z^2+R^2} - z\right)$

QUINDI SI OTTIENE:

$$v_f = \sqrt{\frac{2q}{M} \cdot \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \left(\sqrt{z_i^2+R^2} - z_i\right) - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \left(\sqrt{z_f^2+R^2} - z_f\right)\right)}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2q}{M} \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \left(\sqrt{z_i^2+R^2} - z_i - \sqrt{z_f^2+R^2} + z_f\right)}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{\cancel{2} q \sigma}{\cancel{2} M \varepsilon_0} \cdot \left(\sqrt{z_i^2+R^2} - \sqrt{z_f^2+R^2} + z_f - z_i\right)}$$

POICHÉ $\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$ SI RICAVA:

$$\boxed{v_f = \sqrt{\frac{qQ}{\pi \varepsilon_0 M R^2} \cdot \left(\sqrt{z_i^2+R^2} - \sqrt{z_f^2+R^2} + z_f - z_i\right)}}$$

3) $\frac{1}{2}Mv_i^2+V_i q=\frac{1}{2}Mv_f^2+V_f q$; $\left(\text{si noti che } \lim_{z\to+\infty} V(z)=0\right)$

$V_i=0$; $v_f=0 \Rightarrow \frac{1}{2}Mv_i^2=V_f q$

$V_f=\frac{kQ}{\sqrt{R^2+0^2}} \Rightarrow V_f=\frac{kQ}{R}$;

$v_i=\sqrt{\frac{V_f q}{M}\cdot 2} \Rightarrow v_i=\sqrt{\frac{kQ}{R}\cdot\frac{q}{M}\cdot 2} \Rightarrow \boxed{v_i=\sqrt{\frac{2kQq}{MR}}}$

---

4) IN MODO ANALOGO ALL'ES. N° 3 SI ARRIVA ALLA FORMULA

$v_i=\sqrt{\frac{V_f q}{M}\cdot 2}$ CON $V_f=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\left(\sqrt{0^2+R^2}-0\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow V_f=\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$

QUINDI $v_i=\sqrt{\frac{\sigma R}{\cancel{2}\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{M}\cdot\cancel{2}} \Rightarrow \boxed{v_i=\sqrt{\frac{\sigma R q}{\varepsilon_0 M}}}$

---

5) $\frac{1}{2}Mv_i^2+V_i\cdot(-q)=\frac{1}{2}Mv_f^2+V_f\cdot(-q)$; $v_i=0$

$V(z)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\left(\sqrt{z^2+R^2}-z\right)-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\left(\sqrt{z^2+r^2}-z\right) \rightarrow$

$V(z)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\left(\sqrt{z^2+R^2}-\sqrt{z^2+r^2}\right)$;

$V_i=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\left(\sqrt{z_i^2+R^2}-\sqrt{z_i^2+r^2}\right)$; $V_f=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\left(\overbrace{\sqrt{0^2+R^2}}^{R}-\overbrace{\sqrt{0^2+r^2}}^{r}\right)$

$V_f=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot(R-r)$;

$-V_i q=\frac{1}{2}Mv_f^2-V_f\cdot q \Rightarrow \frac{1}{2}Mv_f^2=(V_f-V_i)q \rightarrow$

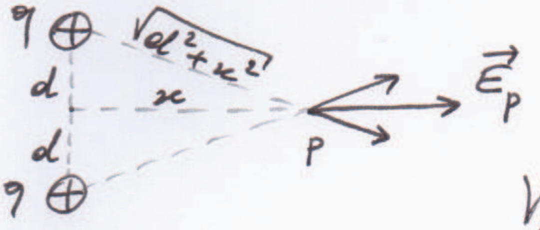
$v_f=\sqrt{\frac{2}{M}\cdot(V_f-V_i)q} \rightarrow v_f=\sqrt{\frac{2}{M}\cdot\left[\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(R-r)-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\left(\sqrt{\dots}-\sqrt{\dots}\right)\right]q}$

$\rightarrow v_f=\sqrt{\frac{\cancel{2}}{M}\cdot\frac{\sigma\cdot q}{\cancel{2}\varepsilon_0}\cdot\left(R-r-\sqrt{z_i^2+R^2}+\sqrt{z_i^2+r^2}\right)}$

IN DEFINITIVA SI HA:

$$\boxed{v_f = \sqrt{\frac{\sigma q}{\varepsilon_0 M}\left(R - r - \sqrt{z_i^2 + R^2} + \sqrt{z_i^2 + r^2}\right)}}$$

6)



POTENZIALE ELETTRICO NEL PUNTO P

$$V_p = \frac{kq}{\sqrt{d^2+x^2}} + \frac{kq}{\sqrt{d^2+x^2}} \Rightarrow$$

$$V_p = 2 \cdot \frac{kq}{\sqrt{d^2+x^2}} \quad ;$$

$$|\vec{E}_p| = -V_p' = -\left(\frac{2kq}{\sqrt{d^2+x^2}}\right)' = -\left(\frac{2kq}{(d^2+x^2)^{1/2}}\right)' \Rightarrow$$

$$|\vec{E}_p| = -\left(2kq \cdot (d^2+x^2)^{-1/2}\right)' =$$

$$-\left(2kq \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (d^2+x^2)^{-1/2-1} \cdot 2x\right) =$$

$$= +\cancel{2}kq \cdot \left(+\frac{1}{\cancel{2}}\right) \cdot (d^2+x^2)^{-3/2} \cdot 2x =$$

$$= \boxed{\frac{2kqx}{(d^2+x^2)^{3/2}}}$$; IN ALTERNATIVA È POSSIBILE CALCOLARE $|\vec{E}_p|$ COME SOMMA DELLE COMPONENTI ORIZZONTALI DI $\vec{E}_1$ E $\vec{E}_2$:

$$|\vec{E}_p| = 2 \cdot \frac{k \cdot q}{\left(\sqrt{d^2+x^2}\right)^2} \cdot \cos\alpha = 2\,\frac{kq}{d^2+x^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{d^2+x^2}}$$

$$\rightarrow \boxed{|\vec{E}_p| = 2\,\frac{kqx}{(d^2+x^2)^{3/2}}}$$